

# ОПТИМИЗАЦИЯ ШЛИРЕН-МЕТОДА С ДВУХСЕКЦИОННЫМ ФОТОДЕТЕКТОРОМ

**Кузнецов Алексей Анатольевич,**

кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник,  
Физический институт им. П.Н.Лебедева Российской академии наук (ФИАН)  
01.04.05  
aleksey\_kuzn@mail.ru

**Аннотация.** Рассмотрен вопрос чувствительности шлирен-метода с двухсекционным фотодетектором и обсуждены пути ее повышения за счет оптимизации оптической схемы. Установлены величина максимальной чувствительности экспериментальной установки и условия, при которых она достигается. Определены требования к точности расположения элементов установки и ограничения на диаметр зондирующего пучка.

Полученные результаты позволяют выбирать параметры экспериментальной установки, которые обеспечивают максимальную чувствительность измерений, приемлемые требования к точности установки элементов и линейный режим регистрации.

**Ключевые слова:** шлирен-метод, гауссов пучок, чувствительность измерений.

## OPTIMIZATION OF THE SCHLIEREN METHOD WITH 2-SECTIONAL PHOTODETECTOR

**Kuznetsov Alexey Anatolievich**

Candidate of Physics and Mathematics Sciences, Senior Researcher  
Physical Institute Lebedev, Russian Academy of Sciences (FIAN)

**Abstract.** The problem of the improvement of schlieren method sensitivity by way of optical scheme optimization was investigated. The obtained results allow to choose the parameters of experimental setup, which provide the maximum sensitivity of measurements, acceptable requirements to the accuracy of elements positioning and linear regime of registration.

**Key words:** schlieren method, Gaussian beam, sensitivity of measurements.

### Введение

Теневые методы широко применяются в различных областях при исследовании оптических неоднородностей в прозрачных преломляющих средах [2,4,8,9,10]. Однако в некоторых случаях, например, при изучении медленных уединенных упругих волн, возникающих при импульсном воздействии твердое тело [5,6], возмущение показателя преломления невелико, и остро стоит вопрос о повышении чувствительности измерений.

В данной работе проводится количественное определение чувствительности шлирен-метода с двухсекционным фотодетектором и обсуждаются пути ее повышения за счет оптимизации оптической схемы. Рассматриваются требования к точности параметров установки и ограничения на диаметр зондирующего пучка.

### 1. Схема экспериментальной установки

Схема экспериментальной установки для исследования оптических неоднородностей изображена на рисунке 1. Исследуются образцы из прозрачных преломляющих материалов в форме параллелепипеда длиной  $L$  с прямоугольным поперечным сечением и полированными боковыми поверхностями. На торец образца фокусируется возбуждающий импульс  $\text{CO}_2$  лазера (энергия импульса  $\sim 1$  Дж, длительность  $\sim 0,3$  сек, передний фронт  $\sim 0,03$  сек, длина волны  $10,6$  мкм).

На расстоянии  $L_{\text{det}}$  от этого торца параллелепипед пересекается зондирующим лучом He-Ne лазера (длина волны  $\lambda = 0,63$  мкм, мощность излучения  $\sim 5$  мВт). После прохождения образца излучение зондирующего лазера попадает на двухсекционный фотодетектор ФД 19кк, расположенный на расстоянии  $z$ . Разностный сигнал с двух секций детектора усиливается и поступает на систему регистрации.

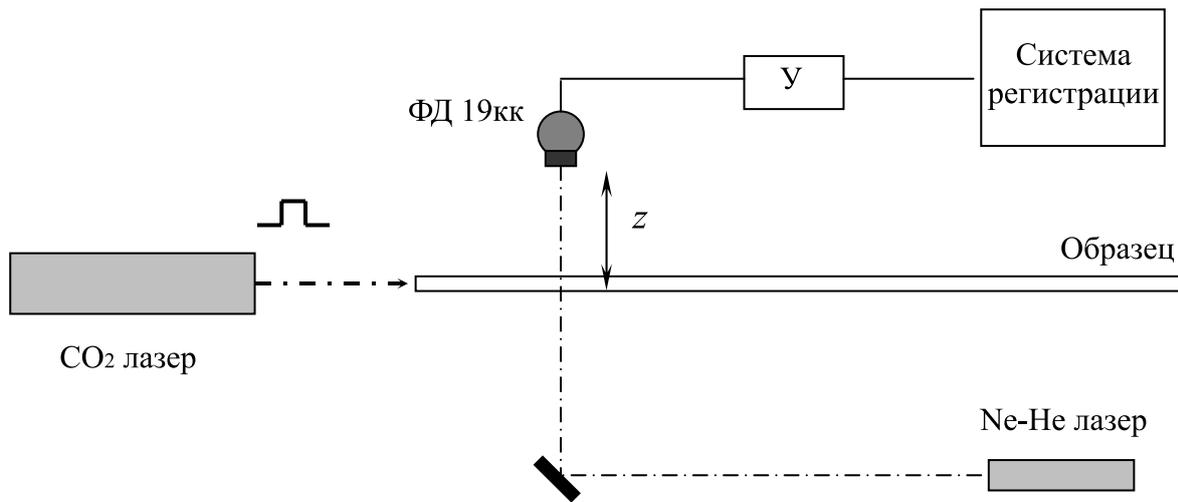


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.

При оптически однородном образце лазерный пучок настроен симметрично на обе секции детектора, что дает нулевой разностный сигнал. При возникновении в области зондирования оптической неоднородности вдоль образца ( $\partial n / \partial l \neq 0$ ) лазерный пучок отклоняется в направлении градиента показателя преломления, а пятно на детекторе смещается на расстояние  $x$ , пропорциональное его модулю и расстоянию  $z$  [3]

$$x = \alpha \cdot z = (\partial n / \partial l) \cdot d \cdot z \quad (1)$$

где  $\alpha$  – угол отклонения пучка в образце,  $d$  – поперечный размер образца вдоль зондирующего пучка.

## 2. Определение чувствительности двухсекционного фотодетектора

Структура зондирующего лазерного излучения практически совпадает с Гауссовым пучком, имеющим сферические волновые фронты и поперечное распределение амплитуды, описываемое функцией [1]

$$E(r) = E_0 \exp \left\{ -(r/w)^2 \right\} \quad (2)$$

Расстояние  $w$ , на котором амплитуда падает в  $e$  раз по сравнению с ее значением на оси  $E_0$ , называется параметром ширины пучка.

Для определения чувствительности двухсекционного фотодетектора к смещению Гауссова пучка представим его в виде суперпозиции  $n$  ( $n \gg 1$ ) однородных пучков с малой интен-

сивностью ( $\Delta I \ll I_0 = E_0^2$ ) и различными диаметрами  $2R_i$ . При этом значение  $R_i$  будет равно  $R_i = w \cdot \sqrt{-0,5 \ln(1 - (i - 0,5)/n)}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), а величина  $\Delta I = I_0/n$ .

Для однородных пучков величина разностного сигнала прямо пропорциональна разности площадей пятна на секциях детектора  $U = C \Delta I (S_2 - S_1)$ , где  $C$  – коэффициент преобразования детектора с усилителем, а разность площадей  $\Delta S = (S_2 - S_1)$  составляет [7]

$$\Delta S = R_i^2 \left[ \pi - 2 \arccos(x/R_i) + 2(x/R_i) \sqrt{1 - (x/R_i)^2} \right] \quad (3)$$

где  $|x| \leq R_m$ . Тогда зависимость разностного сигнала  $U(x)$  от величины относительного смещения пятна на детекторе будет равна

$$U(x) = \sum_{i=1}^m C \Delta I \cdot \pi R_i^2 + \sum_{i=m+1}^n C \Delta I \cdot R_i^2 \times \left[ \pi - 2 \arccos(x/R_i) + 2(x/R_i) \sqrt{1 - (x/R_i)^2} \right] \quad (4)$$

где  $m$  – определяется из условия  $R_m \leq x < R_{m+1}$ . Переходя к пределу получим

$$U(x) = C \int_0^{I(x)} \left\{ w^2 \ln(I/I_0) \arccos(x/w \sqrt{0,5 \ln(I_0/I)}) + x \sqrt{2w^2 \ln(I_0/I) - 4x^2} \right\} dI + 0,5 \pi w^2 I_0 C \quad (5)$$

На рисунке 2 показана зависимость разностного сигнала для Гауссова пучка от величины относительного смещения  $x/w$ , полученная из

выражений (4) и (5). Кривая монотонно возрастает, достигая максимального значения  $U_{\max} = CP$ , (где  $P$  – мощность излучения) при  $x/w \sim 1,2$ . Из рисунка видно, что на участке  $|x/w| < 0,4$  зависимость имеет практически постоянную скорость роста равную  $dU/dx \approx 5U_{\max}/\pi w$ . С учетом выражения (1) чувствительность сигнала к отклонению зондирующего пучка в этой области составляет  $dU/d\alpha \approx 1,5CPz/w = 1,5U_{\max}z/w$ .

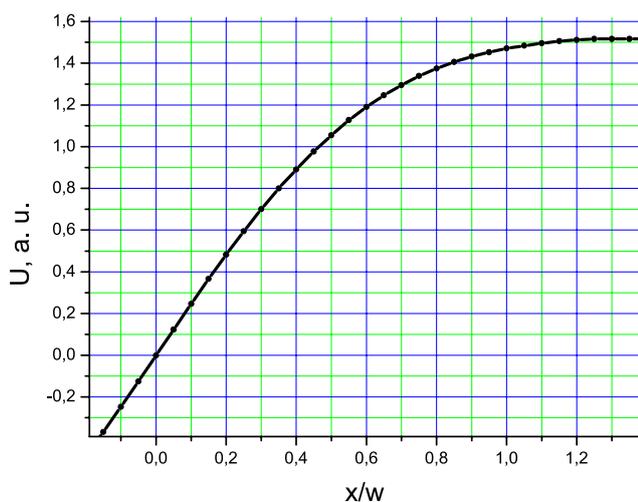


Рис. 2. Зависимость разностного сигнала для Гауссова от величины относительного смещения.

### 3. Оптимизация оптической схемы

Из раздела 1 следует, что чувствительность системы обратно пропорциональна отношению параметра ширины Гауссова пучка на детекторе к расстоянию между детектором и образцом. Поэтому для оптимизации установки необходимо, в частнос-

ти, определить при каком размере пятна и каких параметрах пучка (положение и ширина перетяжки) это отношение минимально.

Принимая во внимание закон изменения ширины Гауссовых пучков [1]

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + (\lambda z / \pi w_0^2)^2}$$

( $z$  отсчитывается вдоль оси распространения пучка в обе стороны от положения перетяжки,  $w_0$  – параметр ширины перетяжки), можно заключить, что для максимальной чувствительности установки перетяжка должна быть расположена между приемной площадкой детектора и плоскостью образца. Рассмотрим пучок, проходящий через образец со сходящимся волновым фронтом и параметром ширины  $w_1$  (см. рисунок 3).

Для него перетяжка с шириной  $w_0$  будет располагаться на расстоянии  $z_1$  за плоскостью образца

$$z_1 = \left( \pi w_0 / \lambda \right) \cdot \sqrt{w_1^2 - w_0^2} \quad (6)$$

Расстояние между перетяжкой и детектором обозначим  $z_2$ , а параметр ширины пучка на детекторе –  $w_2$ . Тогда отношение  $w_2/z$  можно записать в виде

$$\frac{w_2}{z} = \frac{w_2}{z_1 + z_2} = \frac{w_0 \sqrt{1 + (\lambda z_2 / \pi w_0^2)^2}}{\left( \pi w_0 / \lambda \right) \cdot \sqrt{w_1^2 - w_0^2} + z_2} \quad (7)$$

Представим  $z_2$  в виде  $z_2 = f \cdot \left( \pi w_0^2 / \lambda \right)$ , где параметр  $f$  показывает, какую часть от конфокального параметра  $B = \pi w_0^2 / \lambda$  составляет расстояние между перетяжкой и детектором. Тогда (7) преобразуется к

$$\frac{w_2}{z} = \frac{w_0 \sqrt{1 + f^2}}{\frac{\pi w_0}{\lambda} \left( \sqrt{w_1^2 - w_0^2} + f \cdot w_0 \right)} = \frac{\lambda}{\pi w_1} \cdot K \quad (8)$$

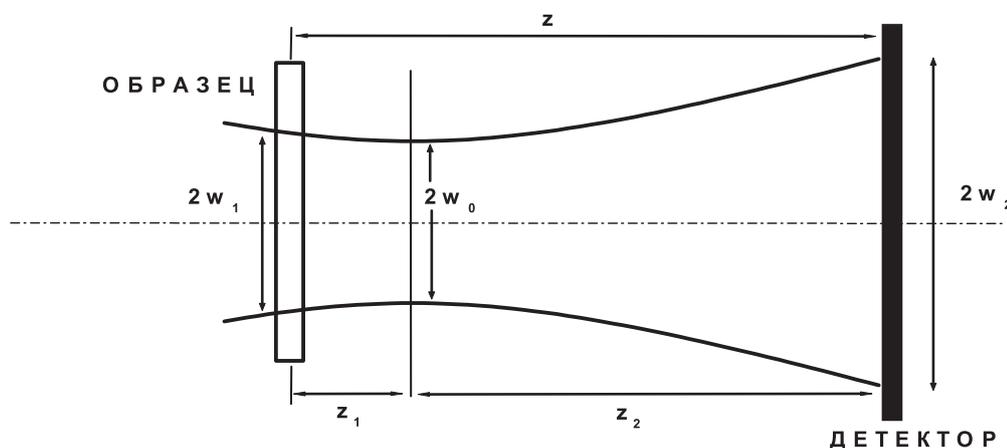


Рис. 3. Схема зондирующего пучка.

$$\text{где } K = \frac{\sqrt{1+f^2}}{\sqrt{1-(w_0/w_1)^2 + f \cdot (w_0/w_1)}} \quad (9)$$

Функция  $K$  имеет единственный минимум  $K_{\min} = 1$  при значении параметра  $f$  равном  $f_0 = 1/\sqrt{(w_1/w_0)^2 - 1}$  и монотонно возрастает при отклонении от него в любую сторону. В случае  $f = f_0$  выполняются следующие соотношения между основными параметрами пучка: отношение поперечных размеров пучка на входе и на выходе равняется  $w_2/w_1 = f_0$ , расстояние между детектором и образцом  $z = z_1 + z_2 = f_0 \pi w_1^2 / \lambda$ , а отношение расстояний  $-z_2/z_1 = f_0^2$ .

При этом достигается наибольшая чувствительность установки, которая при углах отклонения  $\alpha < 0,8 \cdot 10^{-4} / w_1$  рад равняется

$$\frac{dU}{d\alpha} \approx 5CPw_1/\lambda = 5U_{\max} w_1 / \lambda \approx 8 \cdot 10^3 U_{\max} w_1 \text{ (В/рад)} \quad (10)$$

В выражении (10) и в неравенстве для угла отклонения, показывающем область его применимости, параметр ширины  $w_1$  выражен в миллиметрах.

#### 4. Требования к точности параметров установки

Оценим, насколько критична чувствительность установки к точности положения фотодетектора относительно образца  $z$  и к вариации входных параметров Гауссова пучка – параметру ширины  $w_1$  и радиусу кривизны волнового фронта  $R$  в плоскости образца. Рассмотрим отдельно влияние изменения каждого из этих параметров на величину  $w_2/z$ .

Влияние ширины пучка в образце. Определим влияние вариации ширины пучка в образце при фиксированном радиусе кривизны  $R$  на остальные параметры пучка. Для этого выразим их через величины  $w_1$  и  $R$ . Учтем, что радиус кривизны волнового фронта в плоскости образца составляет [1]

$$R = z_1 + \frac{B^2}{z_1} = \frac{\pi w_1^2}{\lambda \cdot \sqrt{(w_1/w_0)^2 - 1}} \quad (11)$$

Тогда выражения для ширины перетяжки  $w_0$  и расстояния  $z_1$  будут иметь вид

$$w_0 = \frac{w_1}{\sqrt{(\pi w_1^2 / \lambda R)^2 + 1}} \quad (12)$$

$$z_1 = \frac{R}{1 + (\lambda R / \pi w_1^2)^2} \quad (13)$$

Из выражений (12) и (13) следует, что изменение  $w_1$  при фиксированном значении  $R$  приводит к изменению положения и диаметра перетяжки. Вследствие этого изменяются также оптимальное расстояние от перетяжки до детектора и оптимальный параметр  $f_0$ . Кроме того, меняются параметр ширины пучка на фотодетекторе и чувствительность установки, пропорциональная  $\pi w_1 / \lambda$ . Однако оптимальное положение детектора, т.е. расстояние между детектором и образцом  $z$ , не изменяется, т.к. оно определяется только радиусом кривизны пучка в плоскости образца  $z = z_1 + z_2 = R$ .

Таким образом, максимальная чувствительность установки пропорциональна диаметру пучка в образце, в то время как оптимальное расстояние между образцом и детектором  $z$  не зависит от параметра ширины  $w_1$ .

Влияние положения детектора Поскольку оптимальное расстояние от образца до детектора  $z$  полностью определяется радиусом кривизны пучка в плоскости образца  $R$ , две задачи о влиянии изменения каждого из этих параметров на чувствительность установки сводятся к одной – о нахождении зависимости величины  $w_2/z$  от разности этих параметров  $\Delta z = z - R$ .

Для оценки разложим функцию  $K(f)$  в окрестности минимума в ряд Тейлора, ограничившись квадратичным членом

$$\frac{w_2}{z} = \frac{\lambda}{\pi w_1} \cdot \left\{ 1 + \frac{\lambda^2}{\pi^2 w_2^4} \cdot \frac{(\Delta z)^2}{2} \right\} = \frac{\lambda}{\pi w_1} \cdot \{1 + E\} \quad (14)$$

Сомножитель перед  $(\Delta z)^2$  характеризует скорость нарастания функции  $K(\Delta z) = 1 + E$ . Поэтому при фиксированной длине волны  $\lambda$  критичность положения детектора определяется единственным параметром – размером пятна на нем  $w_2$ .

Зависимости 1, 2, 3 соответствуют  $w_1 = 1$  мм; 1', 2', 3' –  $w_1 = 0,5$  мм.

Кривые 1, 1' относятся к  $w_2 = 0,025$  мм; 2, 2' –  $w_2 = 0,05$  мм; 3, 3' –  $w_2 = 0,1$  мм.

На рисунке 4 приведены зависимости функции  $w_2/z$  в относительных единицах от величины смещения детектора  $\Delta z$  для пучков с входной шириной  $w_1 = 1$  мм (Кривые 1, 2, 3) и  $w_1 = 0,5$  мм (1', 2', 3'). Зависимости 1, 1' соответствуют  $w_2 = 0,025$  мм; 2, 2' –  $w_2 = 0,05$  мм; 3, 3' –  $w_2 = 0,1$  мм.

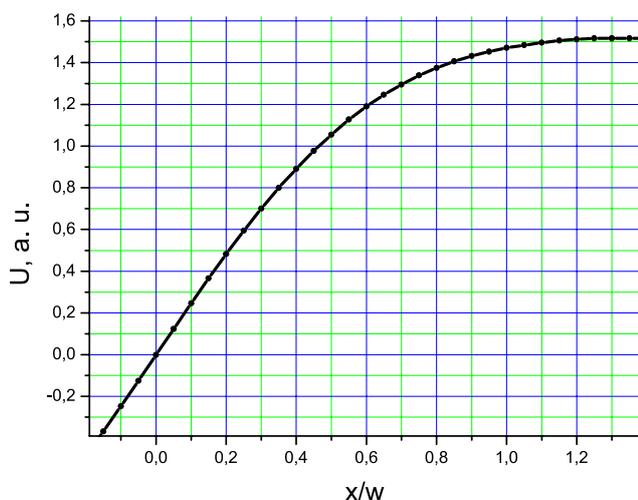


Рис. 4. Зависимости функции  $(w_2/z)$  от величины смещения детектора от оптимального положения для пучков с различной входной и выходной шириной.

Задав для  $K(\Delta z) = 1 + E$  предельно допустимое превышение  $E$ , найдем условие для возможного смещения детектора от оптимального положения  $\Delta z$  и выразим его через различные сочетания параметров пучка

$$\begin{aligned} \Delta z &\leq f_0^2 \cdot \frac{\pi w_1^2}{\lambda} \cdot \sqrt{2E} = f_0 \cdot R \cdot \sqrt{2E} = \\ &= \frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{R^2}{w_1^2} \cdot \sqrt{2E} = \frac{\pi w_2^2}{\lambda} \cdot \sqrt{2E} \end{aligned} \quad (15)$$

Зная реально возможную точность установки детектора в оптимальном положении (с учетом погрешности определения радиуса кривизны пучка в плоскости образца)  $\Delta z_r$ , можно получить условие для  $z$  и для размера пятна  $w_2$ .

$$z \geq \frac{(\Delta z_r)}{f_0 \sqrt{2E}} = w_1 \cdot \sqrt{\frac{\pi}{\lambda} \cdot \frac{(\Delta z_r)}{\sqrt{2E}}} \quad (16)$$

$$w_2 \geq \sqrt{\frac{\lambda}{\pi} \cdot \frac{(\Delta z_r)}{\sqrt{2E}}} \quad (17)$$

## 5. Ограничения на диаметр зондирующего пучка

Оптическая схема, обеспечивающая максимальную чувствительность системы, может быть реализована различными способами с вариацией параметров пучка в широких пределах. Однако,

при выборе оптимальной конфигурации следует учитывать ряд ограничений. В частности, ограничения на входной и выходной параметры ширины Гауссова пучка.

Во-первых, необходимо, чтобы поперечный размер пучка в плоскости образца не превышал ширину исследуемых оптических неоднородностей  $D$ , т.е.  $w_1 \leq (0,4 \div 0,5) \cdot D$ . А во-вторых, пятно на фотодетекторе не должно выходить за пределы приемной площадки при максимальном смещении пучка относительно центра, т.е.  $1,3w_2 + \alpha z < A$  ( $\alpha$  – максимальный угол отклонения пучка в образце).

Учитывая, что в оптимальном случае  $w_2/z = \lambda/\pi w_1$ , получим условие как для максимального параметра ширины пучка на выходе, так и для соответствующего ему расстояния между образцом и детектором

$$w_{2\max} = \frac{A}{1,3 + \alpha \pi w_1 / \lambda} \quad (18)$$

$$z_{\max} = \frac{A}{1,3\lambda / (\pi w_1) + \alpha} \quad (19)$$

Кривые 1 – максимальный угол отклонения пучка  $\alpha = 10^{-6}, 2 - 10^{-5}, 3 - 10^{-4}$ .

Кривые 4 – погрешность установки детектора  $\Delta z_r = 10$  мм, 5 – 30 мм, 6 – 50 мм.

На рисунке 5 (а, б) представлены зависимости  $w_{2\max}$  (а) и  $z_{\max}$  (б) от параметра ширины пучка в плоскости образца  $w_1$ . Графики получены для детектора с размером секции  $A = 1$  мм. Кривые 1 относятся к максимальному углу отклонения пучка  $\alpha = 10^{-6}, 2 - 10^{-5}, 3 - 10^{-4}$ .

На этих рисунках также показаны графики для минимальных  $w_{2\min}$  и  $z_{\min}$ , полученные из выражений (16) и (17) при  $E = 0,05$ . Кривые 4 соответствуют погрешности установки детектора  $\Delta z_r = 10$  мм; 5 – 30 мм; 6 – 50 мм.

Кроме указанных ограничений следует также иметь в виду, что для работы в линейном режиме максимальное смещение пятна на фотодетекторе  $\alpha z$  не должно превышать  $\sim (0,4 \div 0,6) \cdot w_2$  (см. раздел 1). Отсюда, с учетом (18) и (19), требование к  $w_2$  и соответствующему ему расстоянию  $z$

$$z_{\min} \geq \frac{\pi A}{2\lambda} \cdot w_1 \quad (20)$$

$$w_{2\min} \geq 0,5 \cdot A \quad (21)$$

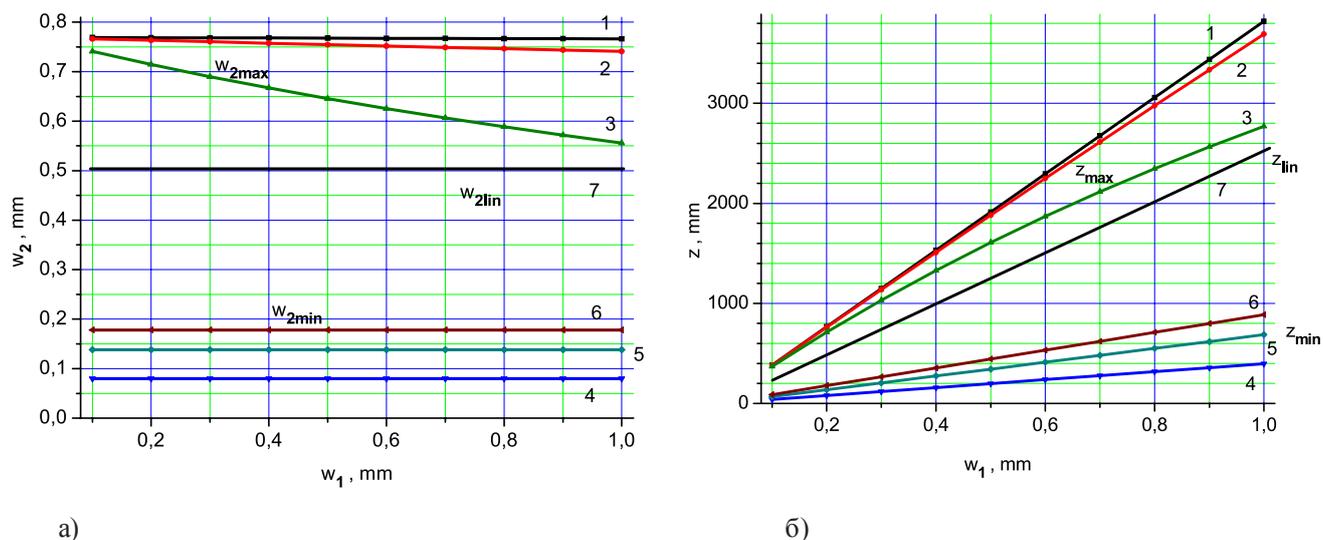


Рис. 5. Зависимости максимальных (Кривые 1, 2, 3) и минимальных (4, 5, 6) размера пятна  $w_2$  (а) и расстояния  $z$  (б) от ширины пучка в плоскости образца для детектора с размером секции 1 мм. Прямые 7 соответствуют границе линейной области.

Зависимости, соответствующие (20) и (21) и показывающие приблизительную границу линейной области, обозначены на рисунке 5 (а, б) цифрой 7.

## 6. Заключение

В работе рассмотрены вопросы чувствительности шлирен-метода с двухсекционным фотодетектором. Определены зависимости разностного сигнала  $U$  от величины смещения пятна на детекторе  $x$  для Гауссова пучка. Установлены ширина области, в которой функция  $U(x)$  близка к линейной и скорость ее роста в этой области. Показано, что при изменении размера пятна на детекторе меняется масштаб зависимости вдоль оси абсцисс, а при изменении мощности зондирующего излучения – вдоль оси ординат.

Проведена оптимизация оптической схемы с целью улучшения чувствительности экспериментальной установки. Установлено, что максимально возможная чувствительность, пропорциональная ширине пучка в образце, достигается при наименьшем отношении диаметра пятна на детекторе к расстоянию между детектором и образцом.

Определены зависимости изменения чувствительности экспериментальной установки от величины смещения детектора от оптимального положения. Показано, что при смещении детектора относительное уменьшение чувствительности полностью определяется размером пятна на нем  $w_2$  и пропорционально  $\sim w_2^{-4}$ .

Рассмотрены ограничения на диаметр пучка, связанные с шириной исследуемых оптических неоднородностей  $D$  и размером приемной площадки детектора. Определены условия для максимального параметра ширины пучка  $w_2$  и для соответствующего ему расстояния между образцом и детектором  $z$ . Сформулированы требования к параметрам  $w_2$  и  $z$ , выполнение которых необходимо для реализации линейного режима.

Полученные результаты позволяют выбирать параметры экспериментальной установки, которые обеспечивают максимальную чувствительность измерений, приемлемые требования к точности установки элементов и линейный режим регистрации.

---

**Список литературы**

1. Ананьев Ю.А. Оптические резонаторы и лазерные пучки. М.: Наука, 1990, 264 с.
2. Белобородова О.Л., Князев Б.А., Матвеев А.Н., Черкасский В.С.. Использование шлирен-метода для диагностики тонких плазменных слоев, Аннотации докладов XXVI Звенигородской конференции по физике плазмы и управляемому термоядерному синтезу. [www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/XXVI/itns.html](http://www.fpl.gpi.ru/Zvenigorod/XXVI/itns.html)
3. Васильев Л.А. Теневые методы. М.: Наука, 1968, 400 с.
4. Грибин С.В., Островская Г.В. Проблемы интерпретации голографических интерферограмм вблизи фронтов ударных волн, ЖТФ, 1998, т. 68, №9, с. 88-91.
5. Кудрявцев Е.М., Зотов С.Д., Лебедев А.А. Медленные уединенные упругие волны, - о характеристиках этого нового явления и о перспективах его использования для контроля за состоянием горных пород. Препринт ФИАН №5, 2009, 16 с.
6. Кузнецов А.А. Исследование уединенных упругих волн в плексигласе методом Теплера. Препринт ФИАН №25, 2009, 12 с.
7. Кузнецов А.А. Оптимизация метода Теплера с двухсекционным фото-детектором. Препринт ФИАН №21, 2011, 19 с.
8. Скорнякова Н.М. Применение теневого фонового метода. Труды X Юбилейной Международной научно-технической конференции «Оптические методы исследования потоков», М.: Изд. МЭИ, 2009, с. 66-71.
9. Смагин М.А., Булатицкий С.И., Пономарев А.Е., Сапожников О.А. Шлирен-визуализация низкоинтенсивных ультразвуковых полей, Биомедицинские технологии и радиоэлектроника, 2006, №8-9, с. 44-49.
10. G. Meier. Computerized background-oriented schlieren. Experiments in Fluids, 2002, v. 33, No. 1, pp. 181-187.