

АМПЛИТУДНО-ЧАСТОТНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РОТОРНОГО МИКРОМЕХАНИЧЕСКОГО ДАТЧИКА УГЛОВОЙ СКОРОСТИ ПРИ РАССТРОЙКЕ ПАРЦИАЛЬНЫХ ЧАСТОТ

THE FREQUENCY RESPONSE OF ROTOR TYPE MICROMECHANICAL GYROSCOPE IN CONDITIONS DISCORDANCE OF PARTIAL FREQUENCIES

**V. Pankratov
M. Barulina**

Summary. The article discusses the impact discordance of partial frequencies on the natural frequencies of rotor type micromechanical gyroscope (RMMG). For this purpose the mathematical model of RMMG as a mechanical system with two degrees of freedom, consisting of two vibrational subsystems which interconnected by gyroscopic forces, was considered.

A mathematical model for the dependence of RMMG frequency response and tolerances on the values of the partial frequency of oscillations in the primary (forced oscillations) and secondary (measuring) channels was constructed. The discordance of these frequencies leads to the disturbance of the resonance tuning of RMMG natural frequencies and forced oscillations frequency, which directly affects the accuracy of the gyroscope. The analysis of dependence of the frequency response of the secondary oscillations of a micromechanical gyroscope sense element and the tolerance value for partial frequency was made. Results of this analysis allow at the stage of gyro designing to set reasonable requirements for tolerances on the RMMG geometric parameters, that determine the value of the partial frequencies.

Keywords: rotor type micromechanical gyroscope, frequency response, tolerance, partial frequencies, resonance, discordance of frequency.

Панкратов Владимир Михайлович

*Д.т.н., профессор, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов
vmpank@mail.ru*

Барулина Марина Александровна

*К.т.н., старший научный сотрудник, Институт проблем точной механики и управления РАН, г. Саратов,
marina@barulina.ru*

Аннотация. Рассмотрено влияние рассогласования парциальных частот на собственные частоты роторного гироскопа на основе математической модели гироскопа, как механической системы с двумя степенями свободы, состоящей из двух колебательных подсистем, связанных между собой гироскопическими силами. Построена математическая модель зависимости амплитудно-частотных характеристик чувствительного элемента роторного микромеханического гироскопа от допусков на значения парциальных частот колебаний в первичном (канале возбуждения) и вторичном (измерительном) каналах. Расстройка парциальных частот приводит к нарушению резонансной настройки этих частот с частотой возбуждения, что напрямую влияет на точность прибора. Выполненный анализ амплитудно-частотных характеристик вторичных колебаний чувствительного элемента микромеханического гироскопа в зависимости от величины допусков на парциальные частоты позволяют уже на этапе проектирования гироскопа выставить обоснованные требования к допускам на геометрические параметры датчика, определяющих значения его парциальных частот.

Ключевые слова: роторный микромеханический гироскоп, амплитудно-частотная характеристика, допуска, парциальные частоты, резонанс, рассогласование частот.

Введение

Микромеханические гироскопы (ММГ) остаются на сегодня одними из перспективных датчиков инерциальной информации. Супермалые масса и габариты (доли грамм и единицы миллиметров), энергопотребление (доли ватт) и стоимость (десятки долларов) этих датчиков предопределили их использование в различных областях, таких как навигация и системы контроля и управления автомобилей; стабилизация положения и движения оптических устройств (биноклей, телескопов, видеокамер, прицелов), робототехника, устройства персональной навигации и дополненной реальности, медицинская техника. Тем не менее, на сегодня

низкая точность ММГ остается основным недостатком этих устройств.

В России получила распространение конструктивная схема роторного ММГ, общий вид которой показан на рис. 1. Роторный ММГ (РММГ) разрабатывается и производится, например, в ЦНИИ Электроприбор (С.-Петербург) [1,2].

Одним из факторов, влияющих на точность РММГ, является совпадение парциальных частот и частота возбуждения первичных колебаний инерционной массы ММГ. Под парциальными частотами в данном случае будем понимать следующее. Если рассма-

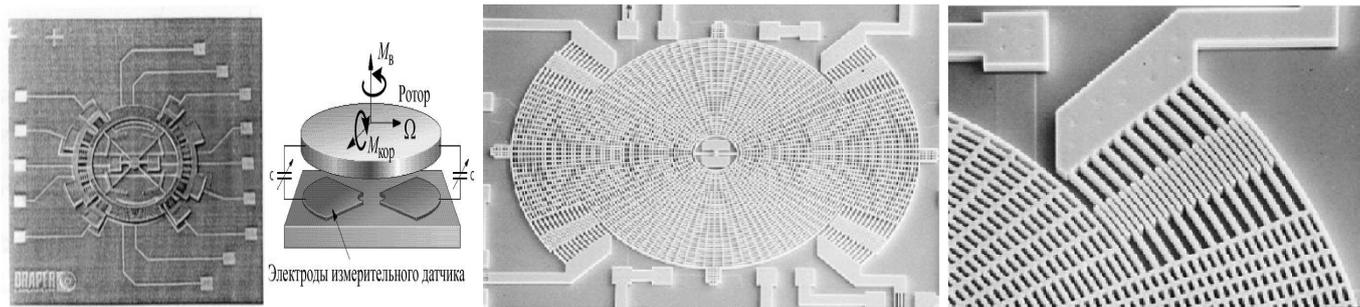


Рис. 1. Общий вид роторного ММГ

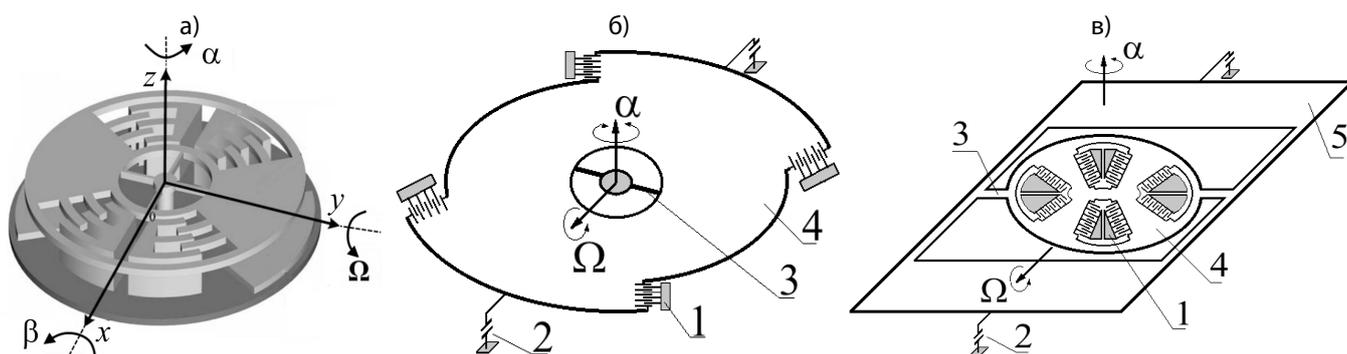


Рис. 2. Общий вид (а), кинематические схемы (б, в) роторного ММГ:

1 — вибропривод; 2 — датчик съема сигнала; 3- упругие элементы; 4 — ротор; 5 — рамка с ЧЭ

тривать математическую модель РММГ как динамическую дискретную систему с двумя степенями свободы, то она будет представлять собой систему двух обыкновенных дифференциальных уравнений, связанных между собой гироскопическими силами. Если пренебречь гироскопическими силами, то эта система преобразуется в совокупность двух независимых дифференциальных уравнений. Частоты этих уравнений называются собственными частотами парциальных систем или парциальными частотами. В силу специфики принципа действия роторного ММГ, для него особое значение приобретает точное совпадение частоты возбуждаемых первичных колебаний с собственными частотами парциальных систем. Величина парциальных частот в общем случае зависит от измеряемой угловой скорости, поэтому достижение точного равенства парциальных частот ММГ и частоты возбуждения представляется невозможным. В связи с этим представляет интерес вопрос, насколько и каким образом рассогласование парциальных частот влияет на собственную частоту роторного ММГ.

Целью работы является исследование влияния рассогласования парциальных частот роторного ММГ на его амплитудно-частотные характеристики (АЧХ).

Для достижения поставленной цели были поставлены и решены следующие задачи:

- ♦ получена операторная форма математической модели роторного ММГ; построено аналитическое выражение для исследования АЧХ датчика;
- ♦ проведены компьютерные эксперименты влияния рассогласования частот на АЧХ роторного ММГ, выработаны конкретные рекомендации по улучшению его характеристик.

Принцип действия и математическая модель роторного ММГ

Конструктивно роторный ММГ представляет собой ротор (чувствительный элемент — ЧЭ), упруго связанный с основанием (рис. 2) [1,2].

Принцип действия роторного ММГ заключается в измерении амплитуд угловых колебаний ротора по углу β . Эти колебания возникают из-за кориолисовых сил инерции при наличии переносной угловой скорости основания Ω и первичных колебаний ротора по углу α , возбужденных с заданной амплитудой на резонансной частоте измерительного канала (рис. 2а).

Уравнения движения роторного ММГ как механической системы с двумя степенями свободы, состоящей из ротора, совершающего вынужденные колебания и упруго связанного с Ω основанием, вращающимся с постоянной угловой скоростью, известны [1,2] и имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \ddot{\beta} + 2n_1\dot{\beta} + \omega_1^2\beta + b_1\dot{\alpha} &= 0, \\ \ddot{\alpha} + 2n_2\dot{\alpha} + \omega_2^2\alpha - b_2\dot{\beta} &= M_0 \cos pt, \end{aligned} \quad (1)$$

где β, α — вторичные и первичные колебания ротора соответственно,

$$\begin{aligned} 2n_1 &= \mu_\beta/B_1, \quad 2n_2 = \mu_\alpha/C_1, \quad \omega_1^2 = [c_\beta + (A_1 - C_1)\Omega^2]/B_1, \\ M_0 &= L_0/C_1, \quad \omega_2^2 = [c_\alpha + (A_1 - B_1)\Omega^2]/C_1, \\ b_1 &= (A_1 - B_1 - C_1)\Omega/B_1, \quad b_2 = (A_1 - B_1 - C_1)\Omega/C_1, \end{aligned}$$

A_1, B_1, C_1 — возмущенные моменты инерции ротора; c_\pm, c_2 — возмущенные жесткости упругого подвеса; μ_α, μ_β — возмущенные коэффициенты демпфирования; L_0, p — амплитуда и частота момента вибрационного привода.

Амплитудно-частотные характеристики роторного ММГ

Введем в (1) безразмерное время $\tau = t\omega_1$. Тогда система (1) переписывается в виде:

$$\tilde{A}q'' + (\tilde{D} + \tilde{\alpha})q' + \tilde{K}q = \tilde{F} \quad (2)$$

где

$$\begin{aligned} q &= \begin{pmatrix} \beta \\ \alpha \end{pmatrix}; \tilde{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \tilde{D} = \begin{pmatrix} 2n_1k_1 & 0 \\ 0 & 2n_2k_1 \end{pmatrix}; \\ \tilde{K} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{pmatrix}; \Gamma = \begin{pmatrix} 0 & b_1k_1 \\ -b_2k_1 & 0 \end{pmatrix}; \tilde{F} = \begin{pmatrix} 0 \\ M \cos(\phi\omega_1\tau) \end{pmatrix}; \\ k_1 &= 1/\omega_1, \quad k_2 = \omega_2^2/\omega_1^2, \quad q' = \frac{d}{d\tau}q, \quad q'' = \frac{d^2}{d\tau^2}q, \quad i = \overline{1,2} \end{aligned} \quad (3)$$

Характеристическое уравнение, соответствующее (1) будет иметь вид:

$$\lambda^4 + N_1\lambda^3 + N_2\lambda^2 + N_3\lambda + N_4 = 0 \quad (4)$$

где

$$N_1 = 2(n_1 + n_2); \quad N_2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + 4n_1n_2 + b_1b_2;$$

$$N_1 = 2(n_1 + n_2); \quad N_2 = \omega_1^2 + \omega_2^2 + 4n_1n_2 + b_1b_2;$$

Для приведения (2) к операторной форме, применим стандартный прием [3]. Для этого в (2) заменим сначала производные по τ на символ p . Далее положим в (2)

$$\begin{aligned} p &= i\tilde{\omega}, \text{ и уравнение (2) примет вид:} \\ (\tilde{K} - \tilde{A}\omega^2 + (\tilde{D} + \tilde{\Gamma})i\omega)q &= \tilde{F} \end{aligned} \quad (5)$$

Тогда, как следует из (5), передаточная функция в изображениях Лапласа матричного уравнения (2) при нулевых начальных условиях будет иметь вид:

$$W(i\omega) = \frac{1}{\tilde{K} - \tilde{A}\omega^2 + i(\tilde{D} + \tilde{\Gamma})\omega} \quad (6)$$

Избавляясь в выражении (6) от иррациональности в знаменателе, получим следующее выражение для передаточной функции:

$$W(i\omega) = T + iH \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned} T &= \frac{\tilde{K} - \tilde{A}\omega^2}{(\tilde{K} - \tilde{A}\omega^2)^2 + ((\tilde{D} + \tilde{\Gamma})\omega)^2}; \\ H &= \frac{(\tilde{D} + \tilde{\Gamma})\omega}{(\tilde{K} - \tilde{A}\omega^2)^2 + ((\tilde{D} + \tilde{\Gamma})\omega)^2} \end{aligned} \quad (11)$$

Амплитудно-частотная характеристика роторного ММГ будет в этом случае определяться соотношением [3]:

$$\Phi(\omega) = \sqrt{T^2 + H^2}, \quad (12)$$

где T и H определяются выражениями (11)

Компьютерные эксперименты и анализ результатов

При моделировании роторного ММГ коэффициенты уравнения (1) и компоненты матриц (3) принимались в соответствии с [2] следующими:

$$\begin{aligned} n_1 &= 100c^{-1}; \quad n_2 = 100c^{-1}; \\ b_1 &= 1.0c^{-1}; \quad b_2 = 1.0c^{-1}, \end{aligned} \quad (13)$$

Для визуализации и расчетов было использовано свободно распространяемое программное обеспечение SageMath [4]

При моделировании будем рассматривать наихудший случай, когда парциальные частоты ω_1, ω_2 имеют

Таблица 1. Парциальные частоты и АЧХ при расстройке парциальных частот

$\Delta\omega, \%$	$\omega_1, \text{рад/с}$	$\omega_2, \text{рад/с}$	$A_{\Delta\omega}$	$A_{\Delta\omega}/A_0$
0	3141	3141	247	1
1	3172	3109	214	0.87
2	3203	3075	162	0.66
3	3234	3046	126	0.51
4	3266	3015	102	0.41
5	3297	2983	86	0.35

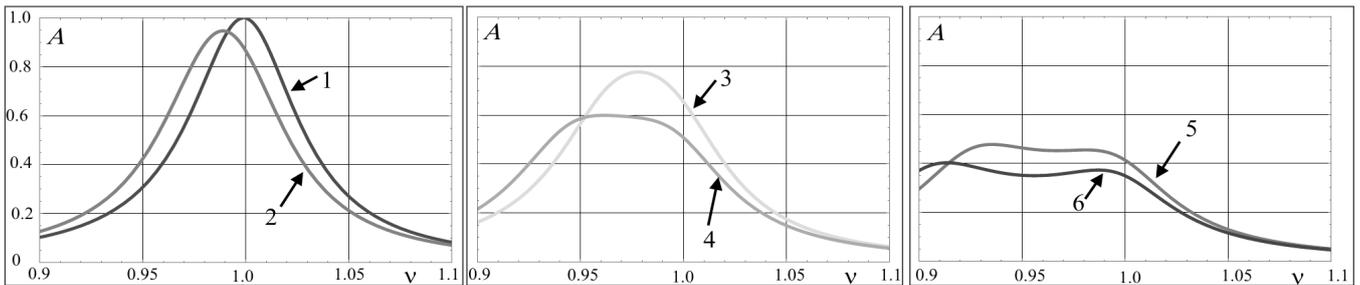


Рис. 3. Эволюция амплитудно-частотной характеристики роторного ММГ: 1 — при отсутствии расстройки частот; 2 — $\Delta\omega=1\%$; 3 — $\Delta\omega=2\%$; 4 — $\Delta\omega=3\%$; 5 — $\Delta\omega=4\%$; 6 — $\Delta\omega=5\%$

технологические допуски или погрешности $\Delta\omega$, и их можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \omega_1 &= \omega_1^0 + \Delta\omega \\ \omega_2 &= \omega_2^0 - \Delta\omega, \end{aligned} \quad (14)$$

где ω_1^0, ω_2^0 — номинальные значения парциальных частот ω_1, ω_2 ; $\Delta\omega$ — допуск на значения ω_1, ω_2 . Номинальные значения парциальных частот ω_1^0 и ω_2^0 принимались [2] равными 3142 Гц. Результаты расчетов парциальных частот ω_1, ω_2 роторного ММГ при различной величине расстройки $\Delta\omega$, и значения АЧХ $A_{\Delta\omega}$, соответствующие этим частотам, приведены в таблице 1. $A_{\Delta\omega}$ вычислялись при $\omega=\omega_1$, то есть при той частоте, когда предполагается достижение максимальной амплитуды колебаний.

Значение A_0 в таблице 1 соответствует значению АЧХ, полученного при $\Delta\omega=0\%$ и при параметрах (13).

Эволюция амплитудно-частотной характеристики в зависимости от величины допуска $\Delta\omega$ на величину парциальных частот ω_1, ω_2 показана на рис. 3. По оси абсцисс на рис. 3 отложена безразмерная частота $\nu=\omega/\omega_1$.

Как видно из таблицы 1 и рис. 3, при расстройке частот наблюдается сдвиг максимального значения амплитуды в сторону уменьшения безразмерной частоты. Расстройка частот в 2% приводит к тому, что при $\omega=\omega_1$ АЧХ будет составлять около половины номинального значения, полученного при отсутствии расстройки частот. Другими

словами, наличие расстройки парциальных частот в 2% приводит к существенному уменьшению ожидаемой резонансной амплитуды почти в 2 раза. При расстройке парциальных частот, равной 5%, резонансная амплитуда будет меньше в 3 раз номинальной резонансной амплитуды. То есть при расстройке парциальных частот ротор рассматриваемого гироскопа будет совершать колебания с амплитудой в несколько раз меньше ожидаемой, что снижает точность измерения датчиком угловой скорости объекта.

Также представляет интерес вопрос влияния коэффициента демпфирования n_1 в измерительном канале (первое уравнение системы (1)), на связь максимального значения АЧХ A и величины расстройки $\Delta\omega$ парциальных частот. Амплитудно-частотная характеристика рассматриваемого РММГ как функция безразмерной частоты ν и параметра n_1 показана на рис. 4.

На рис. 4 значение n_1 варьировалось от 50с^{-1} до 150с^{-1} . Значение АЧХ A нормировалось значением A_0 .

Как видно из рис. 4, чем больше демпфирование, тем меньше значение АЧХ, что соответствует физике процесса. При этом соотношение между значением АЧХ, вычисленное при $\omega=\omega_1$ и конкретном значении n_1 в случае наличия расстройки парциальных частот, и значение АЧХ, полученное при $\omega=\omega_1$ и том же значении n_1 при отсутствии расстройки, остаются неизменными при любом значении n_1 . То есть уменьшить влияние расстройки частот на амплитудно-частотную характеристику РММГ путем

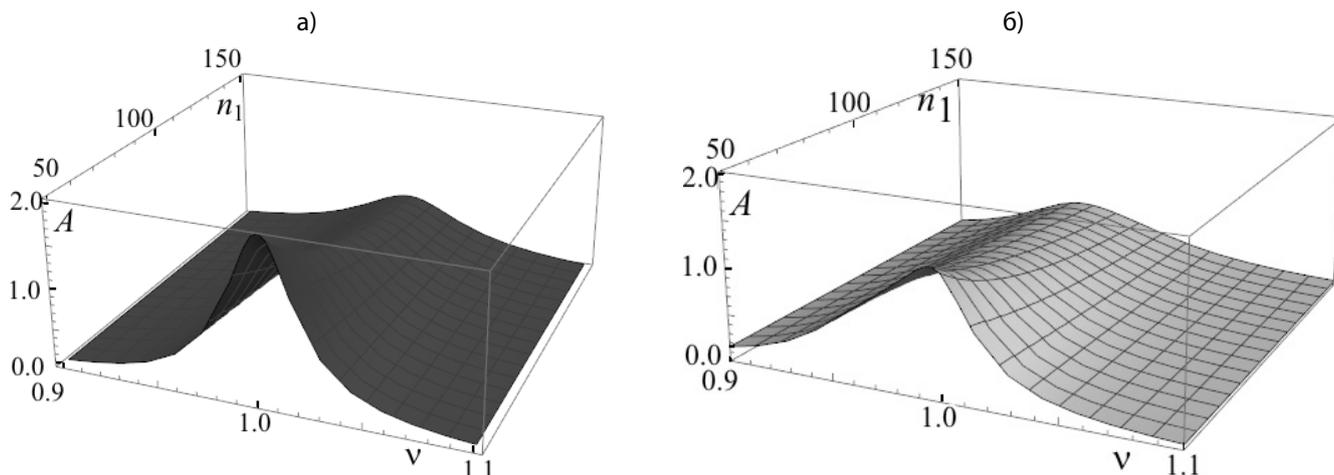


Рис. 4 АЧХ РММГ как функция безразмерной частоты ν и коэффициента демпфирования n_1 ; а — $\Delta\omega=0\%$; б — $\Delta\omega=2\%$

изменения величины демпфирования в измерительном канале не представляется возможным.

Заключение

В работе рассмотрен роторный микромеханический гироскоп, функционирование которого предполагает совпадение собственных частот не только в канале первичных колебаний в измерительном канале, но и их совпадение с частотой возбуждения. При этом технологические погрешности при изготовлении РММГ могут привести к нарушению условий резонансной настройки парциальных частот с частотой возбуждения первичных колебаний. Что, в свою очередь, снижает точность измерения угловой скорости объекта в системе ориентации и стабилизации с гироскопами РММГ.

В работе показано, что при расстройке парциальных частот наблюдается сдвиг максимального значения амплитуды в сторону уменьшения частоты. То есть на предполагаемой резонансной частоте ротор гироскопа будет совершать колебания с амплитудой меньше ожидаемой

(в разы уже при $\Delta\omega=2\%$) — что снижает точность измерения датчиком угловой скорости объекта.

Также показано, что уменьшить влияние расстройки частот на амплитудно-частотную характеристику РММГ путем изменения величины демпфирования в измерительном канале не представляется возможным.

Полученная математическая модель зависимости АЧХ РММГ от нарушения условий резонансной настройки позволяет обосновано, без необходимости в сложных математических расчетах и проведения компьютерного моделирования, отнести поставляемые заказчику РММГ к тому или иному классу точности. А на уровне проектирования и изготовления РММГ выставить обоснованные требования к допускам на конструктивные параметры, определяющие значения парциальных частот в каналах первичных и вторичных колебаний. Т.е. требования к допускам на геометрические размеры, плотность и упругие свойства используемых материалов при изготовлении РММГ.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФ 16-19-10290.

ЛИТЕРАТУРА

1. Распов В. Я. Микромеханические приборы. Учебное пособие. Тул. гос. университет. Тула, 2002 г. 392с.
2. Джашитов В. Э., Панкратов В. М. Датчики, приборы и системы авиакосмического и морского приборостроения в условиях тепловых воздействий. / Под общей редакцией академика РАН В. Г. Пешехонова. С.- Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприбор», 2005. 404с.
3. Теория автоматического управления: Учеб. для ТЗЗ вузов по спец. «Автоматика и телемеханика». В 2-х ч. Ч. I. Теория линейных систем автоматического управления / Н. А. Бабаков, А. А. Воронов, А. А. Воронова и др.; Под ред. А. А. Воронова. 2-е изд., перераб. и доп. Москва: издательство Высшая школа, 1986. 367 с.
4. SageMath <http://www.sagemath.org/>