УПРАВЛЕНИЕ МНОГОСВЯЗНЫМИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЦЕПЦИИ ОБОБЩЕННОГО ИНВЕРТИРОВАНИЯ

Азарсков В.Н.
д. т.н., зав. кафедрой СУЛА
Национального авиационного университета (Киев)
azarskov@nau.edu.ua
Житецкий Л.С.,
к. т.н., проф. кафедры СУЛА Национального авиационного университета (Киев)
leonid_zhiteckii@i.ua
Соловчук К.Ю.,
аспирант, Международный научно-учебный центр
информационных технологий и систем (Киев)
solovchuk_ok@mail.ru

Аннотация. *Рассмотрена система управления многосвязным технологическим процессом, который может быть описан линейной статической моделью. Передаточная матрица этого процесса как объекта управления априори неизвестна, но известна ограниченная область, к которой принадлежат ее элементы. Предполагается, что эта область может включать элементы, определяющие плохо обусловленные и вырожденные матрицы. В рамках концепции так называемого обобщенного инвертирования предложен новый метод адаптивного управления этими неопределенными объектами, основанный на параметрической идентификации некоторого воображаемого объекта с неизвестной, но невырожденной передаточной матрицей. Приведены результаты моделирования.*

Ключевые слова: *теория автоматического управления, адаптивная система, неопределенность, управление многосвязным технологическим процессом, вырожденная передаточная матрица, обобщенное инвертирование, воображаемый объект.*

INTERCONNECTED PROCESS CONTROL UNDER UNCERTAINTY CONDITIONS BY USING A GENERALIZED INVERSION CONCEPT

V.N. Azarskov
National Aviation University (Kiev)
L.S. Zhiteckii
National Aviation University (Kiev)
K.Yu. Solovchuk
Int. Research and Training Center for Inform. Technologies & Systems (Kiev)

Abstract. *The interconnected process control system that can be described by a linear static model is considered. The transfer matrix of this process as a control plant is a priori unknown but a bounded region to which its elements belong is known. It is assumed that this region may include elements specifying ill-conditioned and singular matrices. Within the so-called generalized inversion, a new method for the adaptive controlling these uncertain plants based on the parameter identification of a fictitious plant with unknown but non-singular transfer matrix is proposed. Simulation results are given.*

Keywords: *automatic control theory, adaptive system, uncertainty, interconnected process control, singular transfer matrix, generalized inversion, fictitious plant.*

Проблема построения высокоточных систем автоматического управления многосвязными объектами в условиях неконтролируемых возмущений, поставленная несколько десятилетий тому назад, по-прежнему остается актуальной до настоящего времени [1].

Это очень важная проблема как с теоретической, так и с практической точек зрения [2]. Эффективный путь разрешения сформулированной проблемы открывает метод обратного оператора, который в идейном плане восходит к пионерным исследованиям отечественных ученых 60-х годов прошлого столетия, обобщенным в монографии [3].

Применительно к задаче управления непрерывными многосвязными технологическими процессами при наличии неопределенности относительно его математической модели этот метод получил дальнейшее развитие в работе [4]. Последние результаты, полученные в данном направлении исследований, представлены в [1].

К сожалению, реализация метода обратного оператора приводит к ухудшению качества функционирования системы управления, если передаточная матрица линейной модели многосвязного технологического процесса плохо обусловлена. На этот досадный факт в свое время обратили внимание авторы статьи [5], которые занимались прикладными вопросами управления технологическим процессом, происходящим в промышленной дистилляционной колонне. В предельном же случае, когда упомянутая матрица становится вырожденной, метод обратного оператора в «чистом виде» вообще неприменим [6].

В работе [6] установлено, что на основе известного в теории матриц приема так называемого обобщенного обращения (псевдообращения) матриц теоретически можно обеспечить оптимальное управление многосвязным объектом с вырожденной или плохо обусловленной передаточными матрицами. Но для того чтобы реализовать такой прием, необходимо располагать информацией об элементах этих матриц. А они практически всегда точно неизвестны конструктору системы управления. В условиях же параметрической неопределенности традиционно прибегают к адаптивной параметрической идентификации модели объекта непосредственно на самом этапе управления [7, 8].

Для класса многосвязных статических объектов с заведомо невырожденными передаточными матрицами решение задачи адаптивного управления этими объектами по настраиваемой обратной модели можно найти в монографии [8, п. 7.2]. Между тем, судя по доступным литературным источникам, введенное ранее в [7, р. 202] базовое предположение о невырожденности передаточной матрицы объекта, в задачах адаптивного управления обойти до сих пор не удавалось.

Недавно в работе [9] авторами впервые, по-видимому, получено решение задачи адаптивного управления многосвязными статическими объектами с вырожденными передаточными матрицами. Предложенный в этой работе метод сводится к одновременному адаптивному управлению истинным объектом и другим объектом, выступающим в качестве своего рода воображаемого объекта, по настраиваемой обратной модели этого воображаемого объекта (сама передаточная матрица последнего и ее текущие оценки, уточняемые на этапе адаптации его прямой модели, принудительно строятся как невырожденные матрицы).

В настоящей статье в рамках концепции обобщенного инвертирования на основе разработанного в [9] подхода предлагается решение задачи управления многосвязными технологическими процессами с априори неизвестными, но возможно вырожденными и плохо обусловленными передаточными матрицами линейных статических моделей этих процессов.

Рассматривается непрерывный технологический процесс как многосвязный объект, который в общем случае имеет несколько выходных переменных $y^{(1)},\ldots,\, y^{(m)}$, подверженных действию приведенных к ним неизмеряемых возмущений $v^{(1)},\ldots,\, v^{(m)}$, и несколько каналов передачи управляющих воздействий $u^{(1)},\ldots,\, u^{(r)}$ (обычно $1 \le r \le m$), причем каждая i-я переменная $y^{(i)}\ \ (i = 1,\ldots,\, m)$ может зависеть от всех r управляющих воздействий $u^{(1)},\ldots,\, u^{(r)}$. При управлении этим процессом на базе средств цифровой вычислительной техники в условиях, когда непрерывные во времени t выходные переменные $y^{(i)}(t)$, доступные для измерения, подвергаются квантованию по времени в моменты $t_1 = T_0,\ t_2 = 2T_0,\ldots,\ t_n = nT_0$, где T_0 – период квантования. Сами же управляющие воздействия $u^{(i)}(t)$ $(i=1,\ldots,r)$ как функции времени t формируемые при таком управлении в каждый n-й дискретный момент $t_n = nT_0$, остаются неизменными в течение всего временного интервала $t \in [nT_0, (n+1)T_0)$, т.е.

$$u^{(i)}(t) = u^{(i)}(nT_0) \text{ при } nT_0 \le t < (n+1)T_0.$$

Как и в работе [4] ограничимся рассмотрением довольно часто встречающимся на практике режимом функционирования системы управления, когда период T_0 достаточно большой, так что переходные процессы, вызванные скачкообразными изменениями управляющих воздействий в любой n-й дискретный момент времени t_n, практически затухнут к очередному $(n+1)$-му дискретному времени t_{n+1}. В этом режиме многосвязный технологический процесс правомерно представлять как некоторый статический объект (объект без памяти), описываемый согласно [4, 6] в окрестности так называемой рабочей точки линейным векторно-матричным уравнением

$$y_n = Bu_{n-1} + v_n. \tag{1}$$

В этом уравнении $y_n = [y_n^{(1)},\ldots, y_n^{(m)}]^{\mathrm{T}}$ – m-мерный вектор выходных переменных в n-й дискретный момент времени; $u_n = [u_n^{(1)},\ldots, u_n^{(r)}]^{\mathrm{T}}$ – r-мерный вектор управляющих воздействий; $v_n = [v_n^{(1)},\ldots, v_n^{(m)}]^{\mathrm{T}}$ – вектор аддитивных возмущений, приведенных к выходу объекта;

$$B = \begin{pmatrix} b^{(11)} & \ldots & b^{(1r)} \\ \ldots & \ldots & \ldots \\ b^{(m1)} & \ldots & b^{(mr)} \end{pmatrix} \tag{2}$$

- $(m \times r)$-матрица прямых и перекрестных связей, имеющая смысл передаточной матрицы объекта (1)..(Здесь и в дальнейшем т – символ транспонирования и для сокращения записи введено стандартное обозначение $x_n := x(nT_0)$ любой переменной x, принятое в теории дискретных систем управления.) Далее будем рассматривать только такие объекты, где число управляющих воздействий равно числу выходных переменных: $r = m$.

В соответствии с представлениями, развитыми в работах [1, 3, 4, 6], уравнение (1) при отсутствии возмущений ($v_n \equiv [\underbrace{0,\ldots,0}_{m}]^{\mathrm{T}}$) может играть роль прямой модели объекта (от входа u к выходу y). Параметры этой модели, определяемые элементами $b^{(ij)}$ матрицы B вида (2), на практике обычно точно неизвестны; известны, однако, в ряде случаев их априорные интервальные оценки

$$\underline{b}^{(ij)} \le b^{(ij)} \le \overline{b}^{(ij)} \quad (i,\, j = 1,\ldots, m). \tag{3}$$

Подобно тому, как это делается в [4, 6, 8], будем считать, что возмущения $v^{(i)}(t)$ $(i=1,\ldots,m)$ представляют собой нерегулярные (вообще говоря, индетерминированные) переменные, ограниченные по уровням $\varepsilon^{(i)}$ для всех $n \in [0, +\infty)$:

$$\sup_{0 \le n < +\infty} \| v_n^{(i)} \| \le \varepsilon^{(i)} < \infty, \quad i = 1,\ldots, m. \tag{4}$$

Предполагается, что оценки сверху $\varepsilon^{(i)}$ фигурирующие в (4), априори известны конструктору системы.

Управление довольно широким классом технологических процессов в содержательном плане сводится к поддержанию заданных значений $y^{0(1)},\ldots, y^{0(m)}$ выходных переменных $y^{(1)},\ldots, y^{(m)}$ при наличии неконтролируемых возмущений $v^{(1)},\ldots, v^{(m)}$. Формально же сама задача построения системы управления ставится следующим образом [4, 6]. Вводится функционал типа верхнего предела

$$J = \overline{\lim_{n\to+\infty}} \| y^0 - y_n \|_2, \tag{5}$$

определяющий предельное значение точной верхней грани евклидовой нормы вектора ошибок системы

$$e_n = y^0 - y_n \tag{6}$$

для всех достаточно больших n где $y^0 = [y^{0(1)},\ldots, y^{0(m)}]^{\mathrm{T}}$. Требуется в условиях неопределенности относительно параметров объекта, выраженных в форме (3), построить замкнутую систему управления, в которой формирование последовательности $\{u_n\} = u_1, u_2, \ldots$ векторов управляющих воздействий обеспечивает достижение такой цели:

$$J \to \inf_{\{u_n\}}. \tag{7}$$

Вообразим вначале, что передаточная матрица B в уравнении (1) невырождена, т.е.

$$\det B \neq 0, \tag{8}$$

где символ $\det$ обозначает определитель соответствующей матрицы. Если бы эта матрица была известна, то можно было бы сразу же по методу обратного оператора построить закон управления в виде

$$u_n = u_{n-1} + Ae_n, \tag{9}$$

полагая

$$A = B^{-1}, \tag{10}$$

где B^{-1} – матрица, обратная матрице B, а e_n – вектор ошибок, определяемый выражением (6).

Известно [4], что управление объектом (1) по закону (9), (10) приводит к достижению цели (7); при этом для функционала качества (5) в силу ограничений (4) справедлива оценка

$$J = J^0 \leq \sup_{0<n<+\infty} \| v_n - v_{n-1} \|_2 < \infty,$$

где $J^0 = \inf_{\{u_n\}} J.$

Предположим теперь, что требование (8) невырожденности матрицы B выполняется, но сама эта матрица априори неизвестна. Рассмотрим границы интервалов $[\underline{b}^{(ij)}, \overline{b}^{(ij)}]$, к которым согласно (3) принадлежат соответствующие ее элементы. Пусть выполнены условия

$$\min\{|\underline{b}^{(ii)}|, |\overline{b}^{(ii)}\} > \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^{m} \max\{|\underline{b}^{(ij)}|, |\overline{b}^{(ij)}|\}$$

для всех $i = 1, \ldots, m$, гарантирующие в силу известной в теории матриц теоремы Адамара невырожденность любых матриц $B' = \{b'^{(ij)}\}$ с элементами $b'^{(ij)} \in [\underline{b}^{(ij)}, \overline{b}^{(ij)}]$.

Определяя множество Ξ всех возможных таких матриц B', включая матрицу $B' = B$, выберем произвольную фиксированную матрицу B_0 из этого множества и положим $A = B_0^{-1}$. Тогда закон управления (9) приобретает вид

$$u_n = u_{n-1} + B_0^{-1} e_n. \tag{11}$$

Достаточным условием асимптотической устойчивости замкнутой системы управления (1), (6), (11) (при $v_n \equiv [\underbrace{0, \ldots, 0}_{m}]^{\mathrm{T}}$) является, как известно [4], требование

$$\max_{B' \in \Xi} \| I - B' B_0^{-1} \| < 1, \tag{12}$$

налагаемое на любую матричную норму $\| \cdot \|$, где I обозначает единичную матрицу. (В терминах, принятых в современной теории управления, условие (12) уместно интерпретировать как условие робастной устойчивости этой системы.) Согласно [4] при выполнении (12) и $v_n \not\equiv [\underbrace{0, \ldots, 0}_{m}]^{\mathrm{T}}$ оценка сверху показателя (5) определяется как

$$J \leq \frac{1}{1 - \max\limits_{B' \in \Xi} \| I - B' B_0^{-1} \|} \sup_{0<n<+\infty} \| v_n - v_{n-1} \| < \infty. \tag{13}$$

Наилучшая оценка сверху функционала J, минимизирующая правую часть (13) по всем возможным $B_0 \in \Xi$, приводит прямо в решению оптимизационной (минимаксной) задачи

$$B_0 = \arg \min_{B'' \in \Xi} \max_{B' \in \Xi} \| I - B' (B'')^{-1} \|. \tag{14}$$

Это позволяет рассматривать закон управления (11), в котором матрица B_0 определяется выражением (14), как закон робастно-оптимального управления.

При наличии относительно большой априорной неопределенности, когда длины интервалов $[\underline{b}^{(ij)}, \overline{b}^{(ij)}]$ сравнительно большие, условия (12) могут быть не выполнены. В этом случае в принципе не исключается, что множество Ξ будет содержать вырожденные, а, следовательно, и плохо обусловленные матрицы B'. При такой неопределенности управление по закону (11) при

$$\det B_0 \neq 0$$

заведомо не обеспечивает робастную устойчивость замкнутой системы [6].

Предположим, что передаточная матрица B в уравнении (1), описывающем статическую модель некоторого технологического процесса, действительно или вырожденная, т.е.

$$\det B = 0, \tag{15}$$

или плохо обусловленная, т.е.

$$\text{cond } B = \| B \| \| B^{-1} \| >> 1, \tag{16}$$

где $\text{cond } B$ обозначает так называемое в теории матриц число обусловленности.

Из результатов, полученных в работе [6], вытекает, что если бы матрица B со свойством (15) была априори известна, то в качестве закона управления целесообразно было бы принять закон

$$u_n = u_{n-1} + B^+ e_n, \tag{17}$$

в котором B^+ – так называемая обобщенная (псевдообратная) матрица, определяемая, как известно, следующим образом:

$$B^+ := \lim_{\delta \to 0} (B^T B + \delta^2 I)^{-1} B^T.$$

Закон управления (17), предложенный в [6] в рамках концепции обобщенного инвертирования, гарантирует оптимальное управление объектом (1) с вырожденной, но известной передаточной матрицей B; при этом

$$J \leq \| I - BB \| (\| y^0 \| + \varepsilon) + 2\varepsilon < \infty,$$

где $\varepsilon = \sqrt{[\varepsilon^{(1)}]^2 + \ldots + \varepsilon^{(m)}]^2}$.

Оказывается [6], что если B – известная матрица со свойством (16) плохой обусловленности, то для управления объектом (1) с такой передаточной матрицей желательно использовать закон

$$u_n = u_{n-1} + B_0^+ e_n, \tag{18}$$

полученный заменой B^+ в (17) на B_0^+. Здесь B_0 – вырожденная матрица, ближайшая к B.

Разумеется, в условиях (3) неопределенности ни закон (17), ни закон (18) реализовать нельзя. В этой связи предлагается воспользоваться адаптивным подходом [7, 8]. К сожалению, стандартный прием, сводящий классическую задачу адаптивного управления к построению процедуры так называемой точечной функциональной идентификации [8] модели объекта (1), не представляется возможным: ведь до сих пор неизвестно, можно ли вообще построить алгоритм адаптации, позволяющий формировать последовательность $\{B_n^+\} = B_1^+, B_2^+, \ldots$ текущих оценок неизвестной матрицы B со свойством вырожденности

$$\det B_n^+ = 0 \tag{19}$$

для всех или хотя бы для всех достаточно больших n. (Требование (19) вытекает из того, что $\det B^+ = 0$ или $\det B_0^+ = 0$.) Но даже если бы удалось реализовать подобный алгоритм, то все равно нет еще никаких оснований гарантировать устойчивость замкнутой адаптивной системы, поскольку в условиях неизмеряемых возмущений $v_n^{(1)}, \ldots, v_n^{(m)}$ не утверждается, как известно [8, гл. 7], что $\lim_{n\to\infty} B_n^+ = B^+$.

Для преодоления трудностей, связанных с текущем адаптивным оцениванием неизвестной, но заведомо вырожденной матрицы B, предлагается использовать метод, предложенный в работе [9]. Идея этого метода сводится к переходу от адаптивной идентификации модели истинного объекта (1) к адаптивной идентификации модели некоторого воображаемого объекта с передаточной матрицей

$$\widetilde{B} = B + \delta_0 I, \tag{20}$$

где δ_0 – число, уточняемое далее. Особенностью передаточной матрицы $\widetilde{B}$ вида (20) является то, что она непременно должна быть невырождена:

$$\det \widetilde{B} \neq 0. \tag{21}$$

Чтобы составить уравнение воображаемого объекта, прибавим $\delta_0 u_{n-1}$ к обеим частям (1). Тогда с учетом (20) получим уравнение

$$\widetilde{y}_n = \widetilde{B} u_{n-1} + v_n, \tag{22}$$

эквивалентное уравнению истинного объекта при

$$\widetilde{y}_n = y_n + \delta_0 u_{n-1}. \tag{23}$$

Именно оно как раз играет роль уравнения воображаемого объекта с тем же самым вектором управляющих воздействий u_{n-1} и тем же самым вектором v_n неизмеряемых возмущений, но другим вектором $\widetilde{y}_n$ выходных переменных, определяемым выражением (23).

Следуя [9], определим величины

$$\begin{aligned} \beta_{\min}^{(i)} &:= \underline{b}^{(ii)} - \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{m} \max\{|\,\underline{b}^{(ij)}\,|, |\,\overline{b}^{(ij)}\,|\},\ i=1,\ldots m, \\ \beta_{\max}^{(i)} &:= \overline{b}^{(ii)} + \sum_{\substack{j=1 \\ j\neq i}}^{m} \max\{|\,\underline{b}^{(ij)}\,|, |\,\overline{b}^{(ij)}\,|\},\ i=1,\ldots m. \end{aligned} \tag{24}$$

Тогда требуемое значение δ_0 должно удовлетворять условиям

$$\begin{aligned} \delta_0 &> -\beta_{\min} \ \text{ при } \ |\,\beta_{\min}\,| < |\,\beta_{\max}\,|, \\ \delta_0 &< -\beta_{\max} \ \text{ при } \ |\,\beta_{\min}\,| > |\,\beta_{\max}\,|, \end{aligned} \tag{25}$$

где

$$\begin{aligned} \beta_{\min} &:= \min\{\beta_{\min}^{(1)},\ldots,\beta_{\min}^{(m)}\}, \\ \beta_{\max} &:= \max\{\beta_{\max}^{(1)},\ldots,\beta_{\max}^{(m)}\}. \end{aligned} \tag{26}$$

Можно понять, что при выполнении условий (25) с учетом (24) и того факта, что $B \in \Xi$ требование (21) непременно выполнятся.

Алгоритм адаптивной параметрической идентификации модели (22) воображаемого объекта определяется далее рекуррентной процедурой [9].

$$\widetilde{b}_n^{(i)} = \widetilde{b}_{n-1}^{(i)} + \gamma_n f(\widetilde{e}_n^{*(i)}, \varepsilon^{(i)}, \varepsilon^0) \nabla u_n \|\nabla u_n\|^{-2}, \quad i = 1,\ldots, m. \tag{27}$$

В этом алгоритме

$$f(e^{*(i)}, \varepsilon^{(i)}, \varepsilon^0) = \begin{cases} 0, & \text{если } |\,e^{*(i)}\,| \leq \varepsilon^0, \\ e^{*(i)} - 2\varepsilon^{(i)} \operatorname{sign} e^{*(i)} & \text{при } |\,e^{*(i)}\,| > \varepsilon' \end{cases} \tag{28}$$

– функция нечувствительности, зависящая от переменной

$$\widetilde{e}_n^{*(i)} = \nabla \widetilde{y}_n^{(i)} - \widetilde{b}_{n-1}^{(i)\mathrm{T}} \nabla u_n, \tag{29}$$

а также от чисел $\varepsilon^{(i)}$ и выбранного конструктором числа

$$\varepsilon^0 > 2\max\{\varepsilon^{(1)},\ldots,\varepsilon^{(1)}\}; \tag{30}$$

γ_n – коэффициент, выбираемый из условий

$$0 < \gamma' \leq \gamma_n \leq \gamma'' < 2 \tag{31}$$

таким образом, чтобы матрица $\widetilde{B}_n$ была невырожденной для всех n;

$$\nabla u_n := u_n - u_{n-1}, \tag{32}$$

$$\nabla \widetilde{y}_n^{(i)} := \widetilde{y}_n^{(i)} - \widetilde{y}_{n-1}^{(i)}. \tag{33}$$

Закон адаптивного управления воображаемым объектом (22) (а, значит, и истинным объектом (1)) строится в форме

$$u_n = u_{n-1} + \widetilde{B}_n^{-1} \widetilde{e}_n, \tag{34}$$

подобный (17), с той существенной разницей, что вместо неизвестной B^+ фигурирует оценка $\widetilde{B}_n^{-1}$, а вместо вектора ошибки e_n вида (6) ошибка системы управления воображаемым объектом

$$\widetilde{e}_n = y^0 - \widetilde{y}_n. \tag{37}$$

Структурная схема системы (1), (27)–(37), реализующая предлагаемый подход к решению задачи

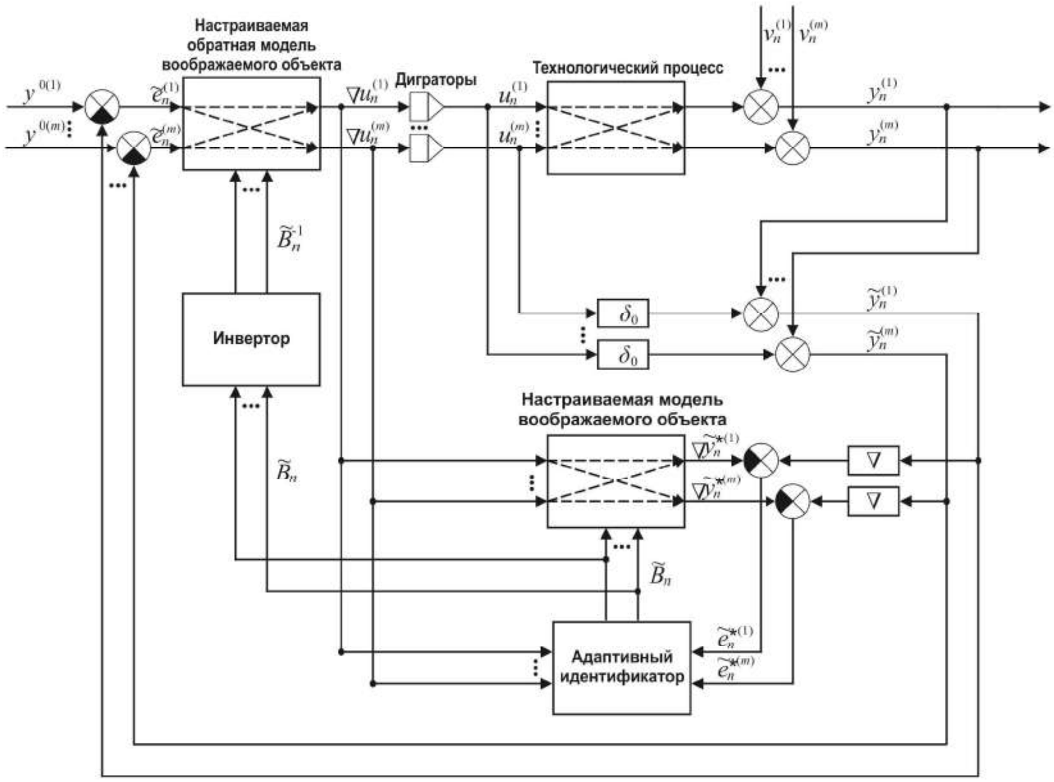

Рис. 1. Структурная схема замкнутой системы (1), (27)–(37)

адаптивного параметрического оценивания, изображена на рис. 1.

Из результатов, полученных в работе [9], следует, что управления u_n по закону (34) и выход y_n остаются ограниченными. В этой связи, предложенный закон адаптивного управления (34) можно назвать робастно-адаптивным [8]; он может быть ориентирован на управление в условиях неопределенности широким классом многосвязных технологических процессов, допускающих описание их линейной моделью вида (1).

Для проверки работоспособности и эффективности предложенного метода управления объектом (1) проводилось моделирование системы при $m = 2$ в условиях полной и неполной информации о матрице B. Чтобы приблизить условия моделирования к реальным условиям, элементы матрицы B были заданы как изменяющиеся в некотором диапазоне величины с таким расчетом, что эта матрица будет оставаться плохообусловленной и даже вырожденной. Здесь $d^{(ij)}$ – псевдослучайные числа, генерируемые в диапазоне $[-0{,}01,\ 0{,}01]$. Компоненты вектора v_n формировались, как псевдослучайные числа $v_n^{(i)} \in [-1{,}1]$. При проведении модельных экспериментов положено $y^0 = [1,\ 3]^{\mathrm{T}}$.

Результаты моделирования неадаптивной системы управления представлены на рис. 2.

При моделировании адаптивной системы управления были заданы такие априорные оценки (3) элементов матрицы B $1 \le b^{(11)} \le 5$, $0 \le b^{(12)} \le 2$, $0 \le b^{(21)} \le 2$, $1 \le b^{(22)} \le 2$.

$$b^{(11)} = 3{,}95 + 0{,}04\sin(0{,}01\pi\, n) + d^{(11)},\ b^{(12)} = 1{,}95 + 0{,}04\sin(0{,}01\pi\, n - \pi/2) + d^{(12)},$$
$$b^{(21)} = 1{,}98 + 0{,}01\sin(0{,}01\pi\, n - \pi/2) + d^{(21)},\ b^{(22)} = 0{,}97 + 0{,}02\sin(0{,}01\pi\, n) + d^{(22)}$$

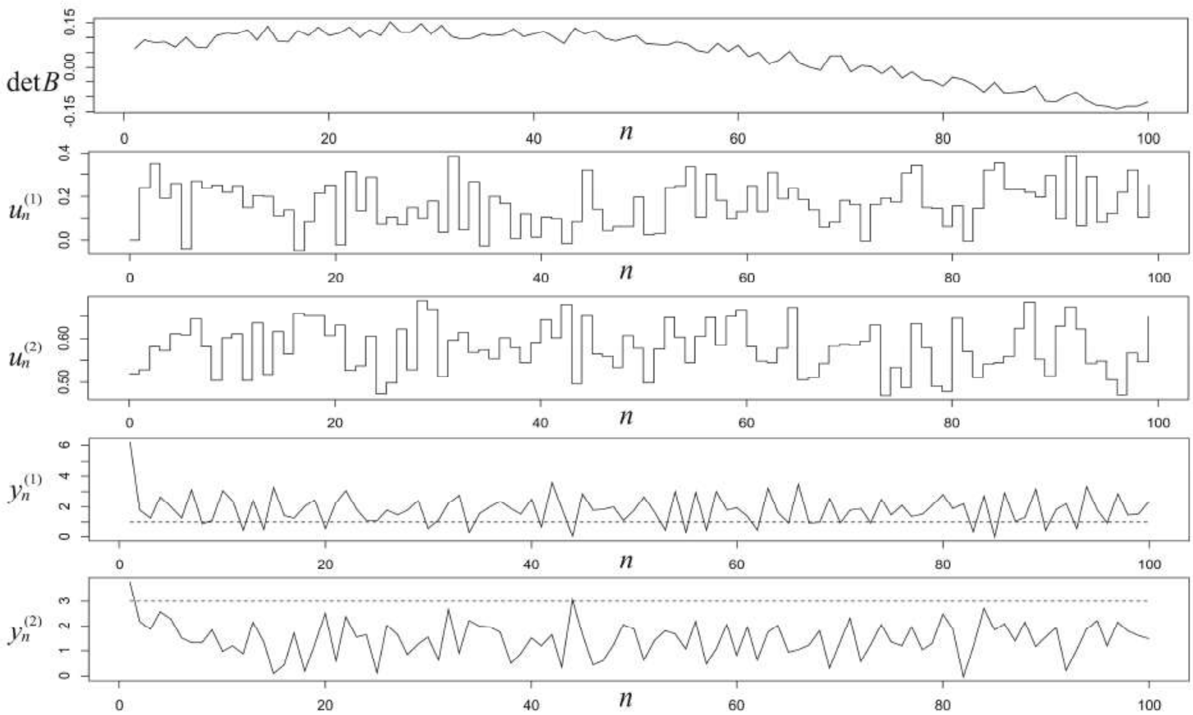

Рис. 2. Динамические процессы в системе управления (1), (6), (18)

По формулам (24)–(25) последовательно были найдены величины $\beta_{\min}^{(1)} = -1$, $\beta_{\min}^{(2)} = -1$, $\beta_{\max}^{(1)} = 7$, $\beta_{\max}^{(2)} = 4$, $\beta_{\min} = -1$, $\beta_{\max} = 7$. Поскольку в данном эксперименте так оказалось, что $\beta_{\min} |<| \beta_{\max} |$, то согласно (25) должно быть $\delta_0 > 1$. Поэтому было принято $\delta_0 = 1{,}1$. Из условий $b^{(11)}(0) \in [1, 5]$, $b^{(12)}(0) \in [0, 2]$, $b^{(21)}(0) \in [0, 2]$, $b^{(22)}(0) \in [1, 2]$ были взяты такие оценки элементов B_n: $b^{(11)}(0) = 1, b^{(12)}(0) = 1, b^{(21)}(0) = 0$, $b^{(22)}(0) = 1{,}9$; при этом $\widetilde{b}^{(11)}(0) = 2{,}1$, $\widetilde{b}^{(12)}(0) = 1$, $\widetilde{b}^{(21)}(0) = 0$, $\widetilde{b}^{(22)}(0) = 3$.

Результаты проведенного эксперимента представлены на рис. 3.

Рисунок 3 наглядно иллюстрирует свойство ограниченности $\{u_n\}$ и $\{y_n\}$. Последний модельный эксперимент показывает эффективность и работоспособность предложенного метода управления многосвязными технологическими процессами в условиях неопределенности и предположений что передаточная матрица B уравнений этих процессов в статическом режиме может быть плохо обусловлена или даже вырождена.

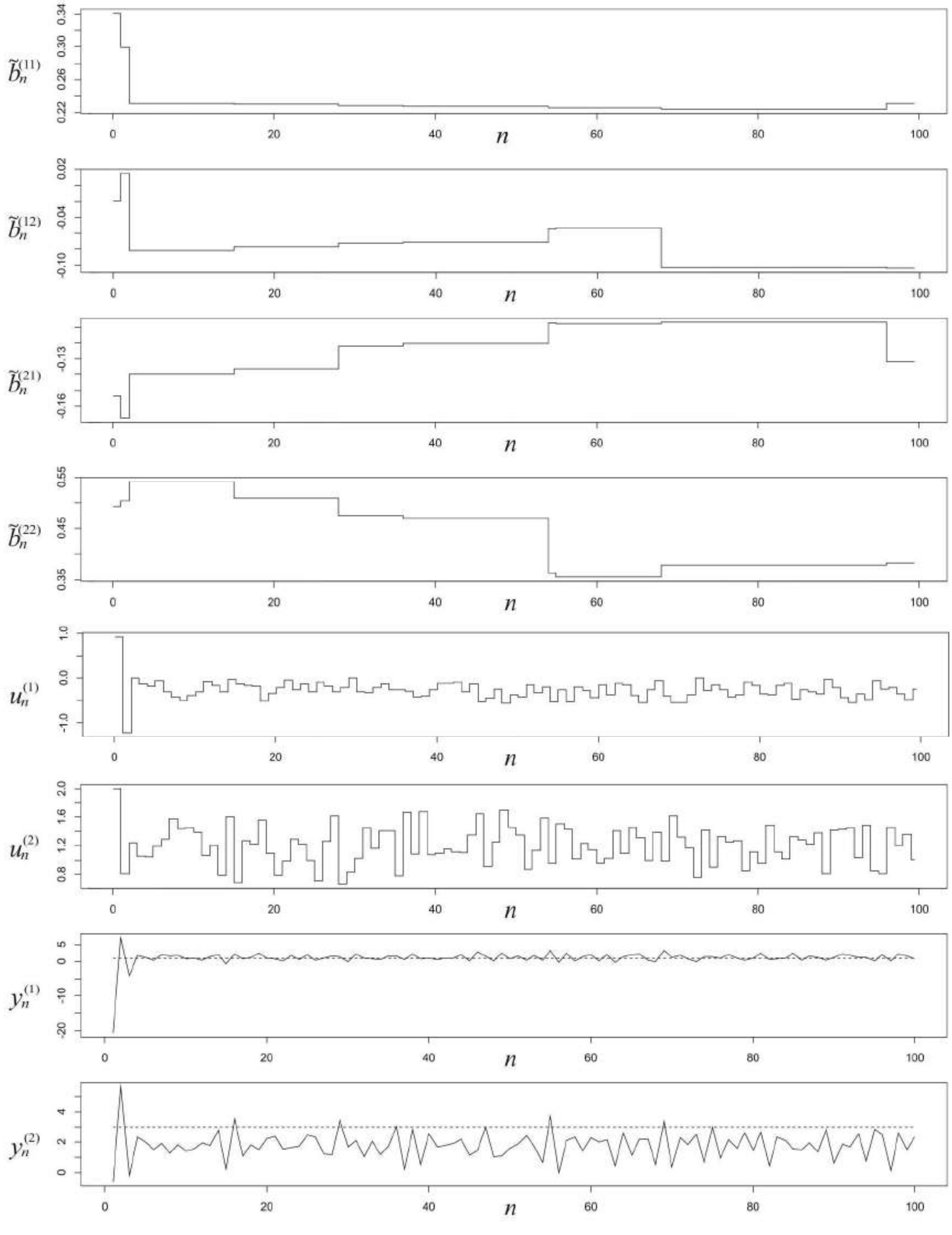

Рис. 3. Динамические процессы в системе управления (1), (27)–(37)

Список литературы

1. Lyubchyk L. M. Disturbance rejection in linear discrete multivariable systems: inverse model approach. Prep. 18th IFAC World Congress (Milano, Italy, Aug. 28 – Sept. 2, 2011). Milano. 2011. P. 7921–7926.
2. Skogestad S., Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control. Analysis and Design. New York: Wiley, 1996. 411 p.
3. Пухов Г. Е., Жук К. Д. Синтез многосвязных систем управления по методу обратных операторов. – Киев: Наук. думка, 1966. 218 с.
4. Скурихин В. И., Проценко Н. М., Житецкий Л. С., Потапова Т.П. Об оценке допустимой неадекватности модели объекта при построении системы управления технологическим процессом по методу обратного оператора. Журнал «Электронное моделирование». 1982. – №6. – С. 11–16.
5. Skogestad S., Morari M., Doyle J. Robust control of ill-conditioned plants: High purity distillation. Journal “IEEE Trans. on Autom. Control”. 1988. – No. 12, (33). – P. 1092–1105.
6. Скурихин В. И., Житецкий Л. С., Соловчук К. Ю. Управление многосвязными объектами с вырожденными и плохо обусловленными передаточными матрицами на основе метода псевдообратного оператора. Журнал «Управляющие системы и машины». 2013. – №3. – С. 14–20, 29.
7. Goodwin G. C., Sin K. S. Adaptive Filtering, Prediction and Control. NJ.: Prentice-Hall, 1984. 540 p.
8. Азарсков В. Н., Блохин Л. Н., Житецкий Л. С., Куссуль Н. Н. Робастные методы оценивания, идентификации и адаптивного управления. Киев: изд-во НАУ, 2004. 500 с.
9. Азарсков В. Н., Житецкий Л. С., Соловчук К. Ю. Параметрическая идентификация многосвязного статического объекта в замкнутом контуре управления: специальный случай // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014). М.: ИПУ. 2014. С. 2764–2776.