

СИНТЕЗ СТАТИСТИЧЕСКИХ АЛГОРИТМОВ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ МИКРОСЕЙСМИЧЕСКИХ ИСТОЧНИКОВ ПО ЗАПИСЯМ МАЛОАПЕРТУРНОЙ ГРУППЫ

Варыпаев Александр Вячеславович,
Московский институт электроники и математики,
кафедра высшей математики
avalex89@gmail.com

Аннотация. Рассматривается задача статистического оценивания параметров микросейсмических источников по наблюдениям сейсмического волнового поля, маскируемого случайными помехами. Предложена оценка максимального правдоподобия параметров источника при неизвестной детерминированной функции источника и сейсмических помехах, коррелированных по времени и по пространству. Показано, что широко применяемая оценка по методу сейсмической эмиссионной томографии является частным случаем МП оценки при некоррелированных помехах. Предложен класс робастных к помехам фазовых оценок параметров источников. Для частной задачи определения координат микросейсмического события предложен фазовый алгоритм, инвариантный к диаграмме излучения источника. Методом независимых испытаний Монте-Карло продемонстрировано, что в случае сильных техногенных сейсмических помех предложенные алгоритмы оценивания обладают существенным преимуществом в точности по сравнению с алгоритмами, применяемыми в настоящее время при добыче углеводородов.

Ключевые слова: микросейсмический источник, волновое поле, тензор сейсмического момента, метод максимального правдоподобия, спектральные наблюдения, фазовые робастные оценки.

SYNTHESIS OF STATISTICAL ALGORITHMS FOR IDENTIFYING OF MICRO SEISMIC SOURCE PARAMETERS USING SMALL APERTURE ARRAY OBSERVATIONS

Varypaev Alexander Vyacheslavovich,
Moscow Institute of Electronics and Mathematics,
Chair of advanced mathematics

Abstract. A problem of microseismic source parameters estimation using surface wavefield observations obscured by random noise is considered. The maximum-likelihood estimate of parameters is proposed for case of unknown deterministic source function and noise correlated in time and space. It is shown that widely used seismic emission tomography is special case of maximum likelihood estimator under uncorrelated noise. A class of estimates based on observations phase information which are robust to noise properties is proposed. For particular case of estimation of source coordinates a subclass of phase algorithms is selected which are invariant to source radiation pattern. Using the method Monte-Karlo of independent trials significant advantage of estimation accuracy is demonstrated for proposed estimation techniques against existing approaches in conditions of strong man-made noise at hydrocarbon exploration sites.

Keywords: microseismic source, wave field, seismic moment tensor, maximum likelihood approach, spectral observations, phase robust estimators.

1. Введение

Определение параметров микросейсмических источников является важнейшей задачей при мониторинге сложных физических процессов, генерирующих волновые поля в упругой земной среде. Практически важным примером является мониторинг гидравлических разрывов пластов (ГРП) в земной среде – ответственной и дорогостоящей технологической операции, применяемой при разработке нефтяных и газовых месторождений. Задачей мониторинга ГРП является обеспечение оптимального управления процессами добычи углеводородов.

Понятие «микросейсмический источник» означает локальную область земной среды, нарушение сплошности которой вызывает распространяющиеся в земной среде сейсмические волны. При мониторинге ГРП эти волны регистрируются сейсмической антенной – группой сейсмометров, расположенных на поверхности земной среды. При этом слабые сигналы, вызванные источником, регистрируются на фоне техногенных сейсмических помех, вызванных работой механизмов на разрабатываемом месторождении, мощность которых в десятки раз больше, чем мощность полезного сигнала. Сейсмические помехи, как правило, имеют стохастический характер и «борьба» с ними обычно сводится к тем или иным операциям их усреднения. Таким образом, существенной особенностью задачи определения параметров микросейсмического источника по зарегистрированным сигналам сейсмических групп, является необходимость усреднения сейсмических помех по времени (по интервалу наблюдений) и по пространству (по количеству приборов в группе).

Наиболее эффективные вычислительные процедуры усреднения помех в задачах определения параметров наблюдаемых сигналов синтезируются методами математической статистики: для заданных вероятностных параметрических моделей наблюдений статистическая теория оценивания позволяет находить оценки параметров сигналов, наилучшие с точки зрения определенного критерия качества, например, среднеквадратического отклонения оценки от истинного значения параметра.

Поле напряжений, создаваемое источником в упругой земной среде, описывается тензором нормальных и касательных напряжений. В связи с этим источник оказывает на ближайшую к нему окрест-

ность среды или сжимающие (+) или растягивающие (-) воздействия, и полярности воздействий в общем случае различны по различным направлениям (в каждый фиксированный момент времени). Т.е. другой особенностью рассматриваемой задачи является неопределённость в априорном знании диаграммы излучения микросейсмического источника, которая определяет амплитуды и полярности колебаний сигналов, регистрируемых различными приборами группы. Существует два способа решения этой проблемы. Первый заключается в применении алгоритмов обработки данных группы, одновременно определяющих и координаты микросейсмического очага, и параметры его тензора сейсмического момента. Второй подход – создание алгоритмов, определяющих только координаты очага и робастных к характеру диаграммы излучения источника.

В данной работе исследуются два алгоритма локации микросейсмических источников, обладающих свойством робастности к диаграмме излучения источника. При этом с помощью компьютерного моделирования показывается, что традиционные корреляционные алгоритмы локации МИ (предполагающие изотропную диаграмму излучения источника) в случае источников со сложным тензором сейсмического момента могут приводить к непредсказуемым результатам.

2. Параметрическая модель наблюдений на группе пространственно распределённых сейсмометров

Математическая модель колебаний, регистрируемых датчиками сейсмической группы, может быть представлена следующим соотношением (для непрерывного времени $t \in R^1$) [1]:

$$x_k(t) = G(t - \tau_k(r_0), u_0) * s(t) + \xi_k(t), \quad k = \overline{1, m}; \quad (1)$$

где m – количество датчиков сейсмической группы; $s(t)$ – детерминированная функция времени, описывающая колебания в источнике (которая никогда неизвестна наблюдателю), $\xi_k(t)$, $k = \overline{1, m}$ – случайные аддитивные помехи, представляющие собой гауссовские стационарные эргодические процессы с нулевым вектором средних значений; $\{x_k(t)\}$, $k = \overline{1, m}$ – колебания, регистрируемые группой; $r_0 = (r_0^1, r_0^2, r_0^3)$ – координаты микросейсмичес-

кого источника в локальной прямоугольной системе координат с осями, направленными на восток, север и в глубину; $\mathbf{u}_0 = (u_0^1, \dots, u_0^6)$ – компоненты тензора сейсмического момента [2], определяющие механизм очага микросейсмического источника; $\tau_k(\mathbf{r}_0)$ – время распространения сейсмической волны от источника до k -го сейсмоприёмника; $G(t - \tau_k(\mathbf{r}_0), \mathbf{u}_0)$ – функция Грина [2], или импульсная характеристика линейной системы, описывающей распространение сейсмической волны от источника до k -го сейсмоприёмника; символ « $\ast$ » означает операцию свёртки двух функций.

Пусть на интервале времени $[0, T]$, на котором существуют сигналы от источника, зарегистрирована последовательность: $\{x_k(t_j)\}_{j=1}^n$, $k = \overline{1, m}$, $t_{j+1} - t_j = 1/f_d$, $j = \overline{1, n}$ с частотой дискретизации по времени f_d . Введём следующие обозначения: $\mathbf{x}(t_j) = (x_1(t_j), \dots, x_m(t_j))^T$, $\xi(t_j) = (\xi_1(t_j), \dots, \xi_m(t_j))^T$. По математическим соображениям удобно преобразовать дискретные наблюдения $\mathbf{x}(t_j)$ в частотную область дискретного конечного преобразования Фурье (ДКПФ):

$$\mathbf{x}(t_j) \Leftrightarrow \mathbf{x}_j, \text{ где}$$

$$\mathbf{x}_j = (x_{1,j}, \dots, x_{m,j})^T = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n \mathbf{x}(t_k) \exp\left\{\frac{-2i\pi jk}{n}\right\}, \quad j = \overline{1, n}.$$

Используя свойства ДКПФ: линейность, теорему о сдвиге и теорему о свертке, можно математическую модель наблюдений, зарегистрированных датчиками группы, записать в следующей векторной форме:

$$\mathbf{x}_j = s_j \mathbf{h}_j(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_0) + \mathbf{e}_j, \quad j = \overline{1, n} \quad (2)$$

$$\text{где } s_j = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n s(t_k) \exp\left\{\frac{-2i\pi jk}{n}\right\},$$

$$\xi_j = (e_{1,j}, \dots, e_{m,j})^T = \frac{1}{\sqrt{n}} \sum_{k=1}^n (t_k) \exp\left\{\frac{-2i\pi jk}{n}\right\},$$

$$\mathbf{h}_j(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = (h_{1,j}(\mathbf{r}, \mathbf{u}), \dots, h_{m,j}(\mathbf{r}, \mathbf{u}))^T,$$

$$h_{k,j}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = \alpha_k(f_j, \mathbf{u}) \exp\{-2\pi i f_j \tau_k(\mathbf{r})\},$$

$$f_j = \frac{j f_d}{n} \in [0; f_d].$$

Вектор $\mathbf{h}_j(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_0)$ в (2) естественно интерпретировать как дискретную частотную характеристику среды, описывающую задержку во времени и изменение амплитуды сигнала, генерируемого микросейсмическим источником при его распространении вдоль различных сейсмических лучей, соединяющих источник с датчиками группы.

Переход к спектральным наблюдениям обусловлен тем, что ДКПФ векторных величин $\xi(t_j)$, $j = \overline{1, n}$, представляющих собой отсчеты m -мерного стационарного гауссовского процесса с нулевым вектором средних значений, обладает следующими статистическими свойствами [3,4]:

$$E[\mathbf{e}_j \mathbf{e}_j^*] = \mathbf{F}(f_j) + \mathbf{O}_j(1/n), \quad j = \overline{1, n};$$

$$E[\mathbf{e}_j \mathbf{e}_s^*] = \mathbf{O}_{j,s}(1/n) \quad j \neq s, \quad j, s = \overline{1, n} \quad (3)$$

где $\|\mathbf{O}_j(1/n)\| \rightarrow 0$, $\|\mathbf{O}_{j,s}(1/n)\| \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ равномерно по $j, s = \overline{1, n}$,

$$p_{e_j}(\mathbf{x}) = (2\pi)^{-m/2} [\det \mathbf{F}(f_j)]^{-1/2} \exp\{-\mathbf{x}^* \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{x}\} + \alpha_{j,n}(\mathbf{x}), \quad (4)$$

где $\alpha_{j,n}(\mathbf{x}) \rightarrow 0$ при $n \rightarrow \infty$ равномерно по $j = \overline{1, n}$.

В выражении (4) $p_{e_j}(\mathbf{x})$ есть многомерная плотность распределения действительных и мнимых составляющих комплексных векторных величин $\mathbf{e}_j$, а первый член в правой части (4) есть многомерное комплексное гауссовское распределение [3]. В выражениях (3) и (4) $\mathbf{F}(f_j)$ есть значение на частоте f_j матричной спектральной плотности мощности многомерного гауссовского стационарного процесса – математической модели совокупности помех, воздействующих на все датчиков группы; верхний символ « $\ast$ » означает операцию эрмитового сопряжения: комплексного сопряжения совместно с транспонированием. Соотношение (3) отражает декоррелирующее свойство ДКПФ, в то время как (4) говорит об асимптотической нормальности векторов $\mathbf{e}_j$ с матрицей ковариаций $\mathbf{F}(f_j)$.

3. Оценивание параметров микросейсмического источника методом максимального правдоподобия

Воспользуемся выражениями (3) и (4) в предположении, что n достаточно велико, так что бесконеч-

но малыми величинами в этих выражениях можно пренебречь. Заметим, что мы при этом получаем статистическую модель наблюдений с $n+9$ неизвестными параметрами, из которых n с параметров составляют спектральные отсчеты s_j , $j = \overline{1, n}$, а остальные 9 являются компонентами векторов $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{u}_0$, соответственно. В отличие от стандартных регулярных статистических моделей наблюдений [4], где с ростом числа наблюдений количество неизвестных параметров остаётся конечным, в модели наблюдений (3), (4) число неизвестных параметров линейно возрастает с ростом n . Поэтому нельзя гарантировать, что оценка параметров $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{u}_0$, полученная с помощью метода максимального правдоподобия, будет обладать свойствами статистической оптимальности, какими она обладает для регулярных моделей [4].

Обозначим последовательность векторов $\{\mathbf{x}_j\}_{j=1}^n$ за $\bar{\mathbf{X}}$, а $\{s_j\}_{j=1}^n$ за $\bar{\mathbf{S}}$. Согласно (2), (3) и (4) логарифм функции правдоподобия от случайных наблюдений $\mathbf{X}_j$ будет иметь вид

$$\log L(\bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{S}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}) = \sum_{j=1}^n b(f_j) - \sum_{j=1}^n J(\mathbf{x}_j, s_j, \mathbf{r}, \mathbf{u}), \quad (5)$$

$$\text{где } b(f_j) = (2\pi)^{-N/2} [\det \mathbf{F}(f_j)]^{-1/2},$$

$$J(\mathbf{X}_j, s_j, \mathbf{r}, \mathbf{u}) = [\mathbf{X}_j - s_j \mathbf{h}_j(\mathbf{r}, \mathbf{u})]^* \mathbf{F}^{-1}(f_j) [\mathbf{X}_j - s_j \mathbf{h}_j(\mathbf{r}, \mathbf{u})]$$

Из (5) следует, что оценка максимума правдоподобия параметров $(\mathbf{r}, \mathbf{u})$ микросейсмического источника может быть найдена как решение следующей системы из $2n + 9$ уравнений:

$$\frac{\partial J(\mathbf{X}_j, s_j, \mathbf{r}, \mathbf{u})}{\partial \operatorname{Re} s_j} = 0, \quad \frac{\partial J(\mathbf{X}_j, s_j, \mathbf{r}, \mathbf{u})}{\partial \operatorname{Im} s_j} = 0, \quad j = \overline{1, n} \quad (6-a)$$

$$\frac{\partial J(\bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{S}}, \mathbf{r}, \mathbf{u})}{\partial r_l} = 0, \quad l = \overline{1, 3}; \quad \frac{\partial J(\bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{S}}, \mathbf{r}, \mathbf{u})}{\partial u_l} = 0, \quad l = \overline{1, 6} \quad (6-b)$$

Система из $2n$ уравнений (6-a) является линейной относительно неизвестных $\operatorname{Re} s_j$ и $\operatorname{Im} s_j$, и как легко проверить, имеет решение:

$$s_j = \operatorname{Re} s_j + i \operatorname{Im} s_j = \frac{\mathbf{h}_j^*(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{x}_j}{\mathbf{h}_j^*(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{h}_j(\mathbf{r}, \mathbf{u})}, \quad j = \overline{1, n} \quad (7)$$

Подставляя решение (8) подсистемы уравнений (6-a) в подсистему (6-b), получаем систему из 9 нелинейных уравнений:

$$\frac{\partial}{\partial r_l} \Lambda_n(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}), \quad l \in \overline{1, 3}; \quad \frac{\partial}{\partial u_l} \Lambda_n(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}), \quad l \in \overline{1, 6}; \quad (8)$$

$$\text{где } \Lambda_n(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}) = \sum_{j=1}^n \frac{|\mathbf{h}_j^*(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{x}_j|^2}{\mathbf{h}_j^*(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{h}_j(\mathbf{r}, \mathbf{u})}.$$

Решение системы уравнений (8) (теоретически – одно из возможных решений: то, которое находится в достаточно малой окрестности $V \times Q$ истинного векторного параметра $(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_0)$), является оценкой вектора $(\mathbf{r}_0, \mathbf{u}_0)$, обладающей «хорошими» статистическими свойствами [4]. Однако на практике вычислительно более эффективным является численный поиск экстремума логарифма функции $\Lambda(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u})$:

$$\begin{aligned} (\tilde{\mathbf{r}}(\bar{\mathbf{X}}), \tilde{\mathbf{u}}(\bar{\mathbf{X}})) &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{r} \in V, \mathbf{u} \in Q} \Lambda_n(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}) = \\ &= \operatorname{argmax}_{\mathbf{r} \in V, \mathbf{u} \in Q} \sum_{j=1}^n \frac{|\mathbf{h}_j^*(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{x}_j|^2}{\mathbf{h}_j^{T*}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) \mathbf{F}^{-1}(f_j) \mathbf{h}_j(\mathbf{r}, \mathbf{u})} \end{aligned} \quad (9)$$

Оценку (9) будем называть оценкой параметров $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{u}_0$ микросейсмического источника по методу максимального правдоподобия (ММП). Следует еще раз подчеркнуть, что метод максимального правдоподобия в данном случае не гарантирует статистической оптимальности оценки (9) в смысле достижения наименьших статистических ошибок оценивания (даже в асимптотике, при $n \rightarrow \infty$). Последнее свойство ММП оценок теоретически установлено только в случае, когда число оцениваемых параметров в модели наблюдений фиксировано, т.е. остаётся постоянным с ростом количества наблюдений [5]. Однако практика использования оценки (9) показывает ее высокую статистическую эффективность, особенно в случае сильной пространственной когерентности случайных помех.

Попутно выше решена ещё одна статистическая задача из области многомерной цифровой обработки сигналов. Правая часть соотношения (7) представляет оценку спектральной компоненты сигнала источника на фиксированной частоте по данным пространственной группы приемников. ДКПФ совокупности этих оценок для всех n спектральных компонент определяет функцию времени, $\hat{s}(t_j)$, $j \in \overline{1, n}$, которая является результатом пространственной фильтрации сигнала источника по данным группы станций. Эта фильтрация – статис-

тически оптимальная, в том смысле, что она асимптотически минимизирует суммарное среднеквадратическое отклонение значений $\hat{s}(t_j)$, $j \in \overline{1, n}$ от истинных значений $s(t_j)$, $j \in \overline{1, n}$ функции источника. Впервые оценка (7) была получена Кейпоном при решении задачи условной оптимизации методом неопределённых множителей Лагранжа [6]. Статистические свойства оценки (7) при помехах, обладающих высокой пространственной когерентностью, подробно исследованы в [4].

На практике значения матричной функции $F^{-1}(f)$, фигурирующей в оценке (9) определяются по временным интервалам сейсмических шумов, предшествующих времени вступления полезного сигнала источника на группе сейсмоприёмников. Для этого используются известные методы многомерного спектрального анализа [3,7].

Широкое практическое применение в микросейсмическом мониторинге ГРП с помощью поверхностных групп сейсмоприёмников получил алгоритм сейсмической эмиссионной томографии (СЭТ) для оценивания координат $\mathbf{r}$ микросейсмических событий. Во временной области, т.е. при использовании совокупности $\tilde{\mathbf{X}} = (x_k(t_j), k \in \overline{1, m}, j \in \overline{1, n})$ наблюдений в модели (2), этот алгоритм заключается в нахождении точки максимума функционала «Сэмбланс» [8]:

$$\hat{\mathbf{r}}_{set}(\tilde{\mathbf{X}}) = \arg \max_{\mathbf{r} \in V} S(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}), \quad (10)$$

$$\text{где } S(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}) = \frac{\sum_{k=1}^m \left| \sum_{l=1}^n x_k(t_l - \tau_k(\mathbf{r})) \right|^2}{\sum_{k=1}^m \sum_{l=1}^n x_k^2(t_l - \tau_k(\mathbf{r}))},$$

$\tau(k, \mathbf{r})$ – время распространения сейсмического сигнала от источника до k -го датчика группы. Используя свойства ДКПФ, нетрудно показать, что оценка (10) совпадает со следующей оценкой

$$\hat{\mathbf{r}}_{set}(\tilde{\mathbf{X}}) = \arg \max_{\mathbf{r} \in V} S_{fd}(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}), \quad (11)$$

$$\text{где } S_{fd}(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}) = \frac{\sum_{j=1}^n |h_j^*(\mathbf{r}) x_j|^2}{\sum_{j=1}^n |x_j|^2},$$

$$h_j(\mathbf{r}) = (a \exp \{-i 2\pi f_j \tau_k(\mathbf{r})\}), k \in \overline{1, \dots, m}).$$

Так как знаменатель выражения для $S_{fd}(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r})$ не зависит от $\mathbf{r}$, оценка (11), по существу получается как аргумент максимума функционала

$$\tilde{S}_{fd}(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}) = \sum_{j=1}^n |h_j^*(\mathbf{r}) x_j|^2. \quad (12)$$

Сравнивая функционал (12) с функционалом ММП оценки параметров источника (9), легко убедиться, что $\hat{\mathbf{r}}_{set}(\tilde{\mathbf{X}})$ является ММП оценкой для случая, когда:

1) сейсмический источник имеет изотропный характер излучения (тип равномерного излучения энергии по всем направлениям),

2) сейсмические помехи не коррелированы по времени и пространству и имеют одинаковые мощности во всех каналах группы: $\mathbf{F}_{n,j} \equiv \sigma^2 \mathbf{I}$, где $\mathbf{I}$ – единичная матрица,

Следовательно СЭТ-оценка (11)-(12) координат источника есть частный случай ММП оценки при фиксированном, простом механизме очага, а также при сейсмических помехах в виде белого шума по времени по пространству. Такие условия редко встречаются в практике ГРП, где механизмы источников связаны с развитием трещин в среде, и поэтому диаграммы излучения источников зависят от ориентации трещин, и для разных лучей амплитуды и знаки (сжатие – растяжение) излучения существенно различаются.

Поверхностные сейсмические помехи на площадках разработки углеводородов, как правило, имеют техногенное происхождение, и поэтому сильно коррелированы по времени и по пространству. Т.е. ошибки оценивания координат источника для СЭТ оценки в реальных условиях должны быть существенно большими, чем для ММП оценки (9) при оценивании $\mathbf{r}$, когда $\mathbf{u}$ фиксировано, поскольку МП оценка учитывает априорную информацию о корреляционных свойствах помех и диаграмме излучения очага. Модельные эксперименты с синтетическими сигналами и записями реальных помех подтверждают последнее утверждение.

4. Фазовые алгоритмы определения координат источника

Важнейшим для практики свойством любой статистической оценки является её робастность, т.е. устойчивость статистических характеристик оцен-

ки к отклонению реальных свойств наблюдений от математической модели, использованной при построении оценки. В рассматриваемой задаче это могут быть отклонения вероятностных характеристик сейсмических помех, воздействующих на группу сейсмоприемников, или отклонения диаграммы излучения реального источника от той, которая была заложена в модели.

Ниже исследуются подходы к построению алгоритмов определения координат микросейсмического источника, робастных по отношению к характеристикам помех. Первый из этих подходов основан на модификации полученной в предыдущем параграфе оценки сейсмической эмиссионной томографии (СЭТ).

Как указывалось выше СЭТ оценка (11), (12) является ММП оценкой только в случае, когда помехи представляют собой белый шум во времени и по пространству, и при отклонении характеристик помех от этой простейшей модели точность СЭТ оценки существенно уменьшается. В работе [9], посвящённой локации источников акустических волн с помощью пространственных микрофонных групп, показано, что точность локации в случае реальных помех, отличных от белого шума, можно повысить, исключая из рассмотрения амплитуды спектральных наблюдений и используя только фазы этих наблюдений. А именно, было предложено использовать оценку со структурой оценки СЭТ в частотной области, в которой вместо спектральных наблюдений $x_k(f_j) = x_{k,j}$ в каждом из $k \in \overline{1, m}$ каналов используются величины

$$\frac{x_{k,j}}{|x_{k,j}|} = \exp\{i\varphi_{k,j}\}, \quad (13)$$

где $\varphi_{k,j}$ – фаза спектральных наблюдений $x_{k,j}$ k -го канала на частоте f_j .

Раскрывая в выражении (12) для функционала оценки СЭТ квадрат модуля слагаемых и подставляя в полученное выражение вместо частотных наблюдений $x_{k,j}$ их фазовые компоненты (13), получим следующую оценку координат микросейсмического источника:

$$\hat{\mathbf{r}}_{phase}(\vec{X}) = \underset{\mathbf{r} \in V}{\operatorname{argmax}} \Phi_n(\vec{X}, \mathbf{r}), \quad (14)$$

где

$$\Phi_n(\vec{X}, \mathbf{r}) = \sum_{j=1}^n \sum_{k,l=1}^m h_{l,j}^+(\mathbf{r}) h_{k,j}(\mathbf{r}) \exp\{i(\varphi_{k,j} - \varphi_{l,j})\},$$

символ «+» означает комплексное сопряжение.

Учитывая выражение (11) для $h_{k,j}(\mathbf{r})$, окончательно запишем функционал $\Phi_n(\vec{X}, \mathbf{r})$ фазовой оценки координат микросейсмического источника в виде:

$$\Phi_n(\vec{X}, \mathbf{r}) = a^2 \sum_{j=1}^n \sum_{k,l=1}^m \cos[2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \varphi_{k,l}], \quad (15)$$

где $\delta_{k,l}(\mathbf{r}) = \tau_k(\mathbf{r}) - \tau_l(\mathbf{r})$ – разность времен прихода сигнала от источника с координатами $\mathbf{r}$ на k -й и l -й датчики группы, $\varphi_{k,l} = \varphi_{k,j} - \varphi_{l,j}$ – разность фаз спектральных компонент (на частотах f_j , $j \in \overline{1, n}$) для наблюдений k -го и l -го датчиков группы. Отметим, что вследствие воздействия помех разности фаз $\varphi_{k,l}$ являются случайными величинами со значениями на отрезке $[-\pi, \pi]$, распределение которых было исследовано в [10].

Использование только фазовой информации наблюдаемых процессов для оценивания параметров полезных сигналов, искаженных случайными помехами, является широко распространенным методом в акустике и радиолокации. В разделе 6 на основе численных экспериментов показано, что в случае реальных сейсмических помех оценка (14), (15) обеспечивает существенно более высокую точность определения координат источника, чем СЭТ оценка (11), (12).

С помощью элементарных преобразований выражение (15) можно получить и непосредственно из (12):

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{fd} &= a^2 \sum_{j=1}^n \sum_{k,l=1}^m |x_{k,j}| |x_{l,j}| \exp\{i(\varphi_{k,j} - \\ &- \varphi_{l,j})\} \exp\{-i2[\pi_k \tau(\mathbf{r}) - \tau_l(\mathbf{r})]\} = \\ &a^2 \sum_{j=1}^n \sum_{k,l=1}^m |x_{k,j}| |x_{l,j}| \cos[2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \varphi_{k,l}(f_j)] \end{aligned} \quad (16)$$

Пренебрегая в (16) значениями модулей спектральных наблюдений $|x_{k,j}|$, $k \in \overline{1, m}$, $j \in \overline{1, n}$, получаем функционал (15).

В то же время, наличие в (16) весовых множителей $|x_{k,j}| |x_{l,j}|$ под знаком тройной суммы и косинуса как функции от фазовых невязок $[2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \varphi_{k,l}] \in [-\pi, \pi]$ наводит на мысль, что возможно построение целого класса фазовых функционалов с различными весовыми множителями и функциями невязок.

Например, рассмотрим модель наблюдений для разностей фаз в каналах группы в форме стандартной статистической модели нелинейной регрессии:

$$\phi_{k,l}(f_j) = 2\pi f_j \delta_{k,l}(r_0) + \varepsilon_{k,l}(f_j), \quad (17)$$

$$k, l \in \overline{1, m}, \quad k < l, \quad j \in \overline{1, n}$$

В [10] показано, что фазовые помехи $\varepsilon_{k,l}(f_j) \in [-\pi, \pi]$ в асимптотике имеют средние значения, равные нулю. Поэтому, используя стандартный статистический метод «минимизации невязок» (по существу, основанный на законе больших чисел) можно построить следующий класс фазовых оценок координат источника [11]:

$$\hat{\mathbf{r}}_{ph}(\vec{X}) = \arg \min_{\mathbf{r} \in V} \Psi_n(\vec{X}, \mathbf{r}), \quad \text{где}$$

$$\Psi_n(\vec{X}, \mathbf{r}) = \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}}^m c_{k,l}(f_j) \rho(2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \phi_{k,l}(f_j)). \quad (18)$$

Алгоритмы (18) отличаются друг от друга «функциями невязок» $\rho(x)$ – четными неубывающими функциями, заданными на $[-\pi, \pi]$, а также весовыми коэффициентами $c_{k,l}(f_j)$. Последние определяют степень влияния невязки каждого из наблюдений $\phi_{k,l}(f_j)$ в модели (17) на значение минимизируемого функционала $\Psi_n(\vec{X}, \mathbf{r})$. Функция невязок и весовые коэффициенты могут выбираться в зависимости от априорной информации о распределении фазовых помех $\varepsilon_{k,l}(f_j)$ в нелинейной регрессионной модели (17). В частности, если распределение $\varepsilon_{k,l}(f_j)$ достаточно хорошо аппроксимируется гауссовской кривой или кривой распределения Лапласа, то оптимальными являются функции невязок $\rho(x) = x^2$ или $\rho(x) = |x|$, соответственно. При $c_{k,l}(f_j) \equiv 1$ и $\rho(x) = 1 - \cos x$ оценка (18) эквивалентна фазовой оценке (14), (15), полученной путем модификации СЭТ оценки.

В [11] для построения весовых коэффициентов $c_{k,l}(f_j)$ предложено использовать значения квадрата взаимной когерентности между наблюдениями на различных парах сейсмоприемников:

$$K_{k,l}(f_j) = \frac{|\tilde{S}_{k,l}(f_j)|^2}{S_k(f_j)S_l(f_j)}, \quad (19)$$

где $\tilde{S}_{k,l}(f)$ – взаимная спектральная плотность мощности наблюдений на k -м и l -м сейсмоприемнике, $S_k(f)$ и $S_l(f)$ – спектральные плотности мощности этих наблюдений. В качестве $c_{k,l}(f_j)$

целесообразно применять пороговую функцию от $K_{k,l}(f_j)$:

$$c_{k,l}(f_j) = \begin{cases} 1, & \text{если } K_{k,l}(f_j) > K_0, \\ 0, & \text{если } K_{k,l}(f_j) \leq K_0, \end{cases} \quad (20)$$

где $K_0 \in [0; 1]$ – заданный порог взаимной когерентности. Подобный выбор весовых коэффициентов позволяет учитывать при вычислении функционала оценки (18) только те пары датчиков, которые содержат достаточно информации о сигнале источника.

Значения функции когерентности (19) могут оцениваться по спектральным наблюдениям группы $\mathbf{x}_j$, $j \in \overline{1, n}$ путем стандартной статистической процедуры сглаживания по частоте величин $|x_{k,j}x_{l,j}^+|$, $|x_{k,j}|^2$ и $|x_{l,j}|^2$ в скользящем временном окне [12] по формуле

$$\hat{K}_{k,l}(f_j) = \frac{\langle |x_{k,l,j}| \rangle}{\sqrt{\langle |x_{k,j}|^2 \rangle \langle |x_{l,j}|^2 \rangle}}, \quad (21)$$

где $\langle a_j \rangle$ означает операцию сглаживания последовательности a_j [7].

5. Фазовые алгоритмы оценивания координат источника, робастные к форме диаграммы излучения источника

Рассмотренные выше фазовые алгоритмы оценивания координат источника, как и алгоритм сейсмической эмиссионной томографии, синтезированы в предположении, что вектор частотных характеристик $\mathbf{h}_j(\mathbf{r})$ «путей распространения» сигнала от источника до сейсмоприемников группы описывается формулой (11), т.е. определяется только временами $\tau_k(\mathbf{r})$ распространения сигнала от источника в точке $\mathbf{r}$ до каждого из приемников группы. Последнее справедливо только в случае изотропной диаграммы излучения микросейсмического источника, т.е. механизма его очага типа взрыва. Механизмы очагов микроземлетрясений, возникающих, в частности при ГРП, имеют сложную диаграмму излучения, приводящую к тому, что амплитуды и полярности колебаний сигналов источника на различных датчиках существенно

различны. Математически это выражается в том, что вектор частотных характеристик $\mathbf{h}_j(\mathbf{r})$ вместо формулы (11) выражается общей формулой (2) и зависит не только от координат источника $\mathbf{r}$, но и от элементов тензора сейсмического момента очага $\mathbf{u} = (u_1, \dots, u_6)$.

Теоретический анализ и модельные эксперименты [13] показывают, что СЭТ оценка и рассмотренные выше фазовые оценки в случае сложной диаграммы излучения дают значительно большие ошибки при определении координат источника, чем в случае изотропного механизма очага. Т.е. эти оценки не обладают свойством робастности (в минимаксном смысле) к механизму очагов микросейсмических источников: их качество сильно меняется в зависимости от априори неизвестной диаграммы излучения источника.

Предложенный в разделе 3 ММП алгоритм позволяет оценивать координаты микросейсмического источника одновременно с оценкой шести элементов тензора сейсмического момента, которые однозначно определяют диаграмму излучения источника. Благодаря этому ошибки ММП алгоритма при оценивании координат источника практически не зависят от неизвестной диаграммы излучения. Кроме того, когда диаграмма излучения источника отличается от изотропной, даже в случае белых шумов эти ошибки существенно меньшие, чем ошибки СЭТ алгоритма. Таким образом, ММП оценка является робастной по отношению к диаграмме излучения источника.

Если использовать общую формулу (2) в качестве модели векторной частотной характеристики «путей распространения» сигнала источника вдоль сейсмических лучей, соединяющих источник с датчиками группы, то компоненты вектор-функции $\mathbf{h}(\mathbf{r}, \mathbf{u}) = (\mathbf{h}_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}), k \in \overline{1, n})$ можно представить в виде:

$$\begin{aligned} h_k(\mathbf{r}, \mathbf{u}) &= a_k(\mathbf{u}) \exp \{-i2\pi f_j \tau_k(\mathbf{r})\} = \\ &= |a_k(\mathbf{u})| \exp \{\gamma_k(\mathbf{u})\} \exp \{-i2\pi f_j \tau_k(\mathbf{r})\} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\text{где } \gamma_k(\mathbf{u}) = \begin{cases} 0, & \text{если } a_k(\mathbf{u}) \geq 0, \\ \pi, & \text{если } a_k(\mathbf{u}) < 0, \end{cases}$$

Пренебрегая изменениями величины $|a_k(\mathbf{u})|$ – амплитуды диаграммы излучения в зависимости

от k и θ , т.е. полагая $|a_k(\mathbf{u})| \equiv 1$, путем рассуждений, приведенных в разделе 3, нетрудно получить фазовый алгоритм, позволяющий одновременно оценивать и координаты $\mathbf{r}$ источника, и параметры $\mathbf{u}$ его очага:

$$(\tilde{\mathbf{r}}, \tilde{\mathbf{u}}) = \arg \min_{\mathbf{r} \in V, \mathbf{u} \in Q} \Omega_n(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}), \quad \text{где} \quad (23)$$

$$\Omega_n(\tilde{\mathbf{X}}, \mathbf{r}, \mathbf{u}) = \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}}^m c_{k,l}(f_j) \rho(2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \phi_{k,l}(f_j) - \lambda_{k,l}(\mathbf{u})),$$

$$\lambda_k(\mathbf{u}) = \begin{cases} 0, & \text{если } a_k(\mathbf{u}) a_l(\mathbf{u}) \geq 0, \\ \pi, & \text{если } a_k(\mathbf{u}) a_l(\mathbf{u}) < 0, \end{cases}$$

Путем сканирования по области возможных значений параметра $\mathbf{u}$ фазовая оценка (23) позволяет определять истинное значение этого параметра, учитывая относительные полярности сигналов, генерируемых источником на различных датчиках группы при различных диаграммах излучения. Аналогично ММП оценке она является робастной по отношению к диаграмме излучения источника.

Однако если основная цель мониторинга микросейсмичности состоит в определении *только* координат источников, способ совместного оценивания $\mathbf{r}$ и $\mathbf{u}$ не выгоден в вычислительном отношении. К тому же, увеличение количества оцениваемых параметров всегда приводит к потере точности их определения, т.е. дисперсии ошибок возрастают по отношению к нижней границе, определяемой уровнем сейсмических помех [4].

В то же время, можно построить алгоритмы определения координат микросейсмического источника, робастные по отношению к его диаграмме излучения, и без определения параметров механизма очага. Подобный алгоритм был, в частности, предложен в патенте [14], где аналогично фазовым регрессионным методам авторы аккумулируют «временные невязки», причём в качестве оценки разности времён прихода волн на пару датчиков k, l используется величина v_m , максимизирующая абсолютное значение выборочной взаимной корреляционной функции $C_{k,l}(v)$ колебаний этих волн. Оценка координат источника в этом случае определяется следующей формулой:

$$\tilde{\mathbf{r}} = \arg \min_{\mathbf{r}} \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k,l=1 \\ k < l}}^m d_{k,l} \rho \left(\delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \arg \max_v \left| \hat{C}_{k,l}(v) \right| \right), \quad (24)$$

$$\text{где } d_{kl} = \begin{cases} 1, & \max_v |\hat{C}_{k,l}(v)| \geq \lambda, \\ 0, & \max_v |\hat{C}_{k,l}(v)| < \lambda, \end{cases}$$

$$\delta_{k,l}(\mathbf{r}) = \tau_k(\mathbf{r}) - \tau_l(\mathbf{r}),$$

$\lambda \in [0; 1]$ – заданный порог,

$$\hat{C}_{k,l}(v) = n^{-1} \sum_{j=1}^n x_k(t_j) x_l(t_j - v) / \sigma_k \sigma_l,$$

$$\sigma_k^2 = n^{-1} \sum_{j=1}^n x_k^2(t_j).$$

В алгоритме (24) разнонаправленность полярностей сигналов от источника на разных датчиках группы не мешает определять по наблюдениям относительные задержки сигналов на этих датчиках. Действительно, если искажения, вносимые средой при распространении сигналов от источника до датчиков, не очень существенны, то сигналы отличаются, в основном, только относительным сдвигом во времени, амплитудой и полярностью. Величина относительного сдвига для каждой пары датчиков, несущая информацию *только* о координатах источника, однозначно определяется аргументом V модуля взаимной корреляционной функции сигнала, независимо от того, совпадают или нет полярности сигналов и каковы их амплитуды. Это и обуславливает робастность оценки (24) к диаграмме излучения источника, поскольку диаграмма влияет *только* на относительные амплитуды и полярности сигналов источника, регистрируемых разными датчиками.

Автором настоящей работы предложен *класс фазовых алгоритмов* оценивания координат источника, робастных по отношению к его диаграмме излучения, который представляет собой подкласс множества фазовых алгоритмов, задаваемых формулами (18). Этот класс строится путем следующих рассуждений. При $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ и отсутствии помех разности фаз $\phi_{k,l}(f_j)$ для каждой пары k, l сигналов датчиков и для каждой частоты f_j или равны нулю – если полярности сигналов совпадают, или равны $\pm\pi$ – если эти полярности противоположны из-за сложной диаграммы излучения. Поскольку при $\mathbf{r} = \mathbf{r}_0$ функционал $\Psi_n(\bar{\mathbf{X}}, \mathbf{r})$ фазового алгоритма (18) должен быть минимальным, функция невязок

$\rho(2\pi f_j \delta_{k,l}(\mathbf{r}) - \phi_{k,l}(f_j))$ в нем должна быть выбрана так, чтобы в любом из указанных случаев ее значение было равно нулю. Отсюда (и из очевидных соображений симметрии) сразу следует, что в случае сложных диаграмм излучения источника робастные фазовые алгоритмы оценки координат из класса (18) должны иметь функции невязок $\rho(x)$, удовлетворяющие следующим условиям:

1) $\rho(x) = \rho(-x)$, $\rho(0) = 0$ – четность,

2) $\rho(|x_1|) < \rho(|x_2|)$, если $|x_1| < |x_2|$ и $x_1, x_2 \in [0, \pi/2]$ – возрастание на отрезке $[0, \pi/2]$,

3) $\rho(x) = \rho(\pi - x)$ при $x \in [0, \pi/2]$ – симметрия относительно точки $\pi/2$.

Ясно, что этим условиям отвечают, например следующие простейшие функции:

$$\rho_1(x) = 1 - \cos 2x,$$

$$\rho_2(x) = \begin{cases} |x| & \text{при } |x| \in [0, \pi/2] \\ |\pi - x| & \text{при } |x| \in [\pi/2, \pi] \end{cases}.$$

6. Модельные исследования точности оценивания координат микросейсмических источников

В случае решений сложных экстремальных статистических задач, как правило, невозможен вывод аналитических выражений, описывающих качество этого решения в терминах некоторой функции риска, например среднеквадратического отклонения оценки параметра от его истинного значения. Т.е. теоретическое сравнение ошибок, получаемых при использовании описанных выше алгоритмов оценивания параметров источника, является весьма затруднительным даже в асимптотике при $n \rightarrow \infty$. Однако вычислительные возможности современных ЭВМ позволяют применять численные методы для определения точности алгоритмов решения статистических прикладных задач. Особенную популярность имеет метод последовательных независимых испытаний Монте-Карло, который позволяет эффективно определять статистические характеристики алгоритмов принятия решений.

Модельные эксперименты по сравнению качества описанных выше алгоритмов оценивания координат микросейсмических источников заключались в многократном определении горизонтальных коор-

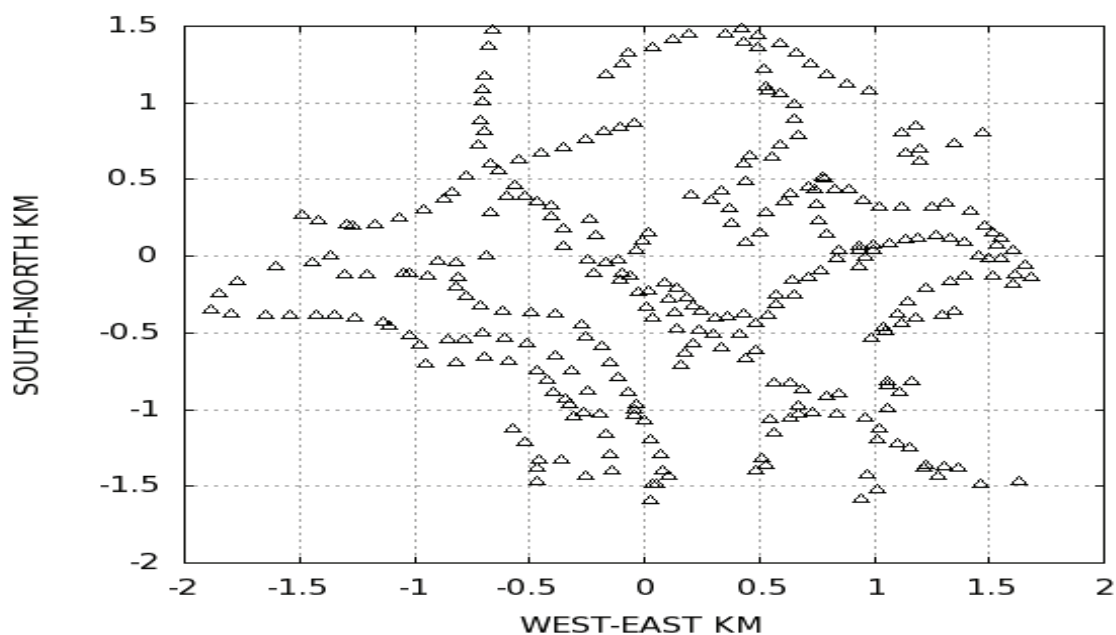


Рис. 1. Расположение 150 сейсмометров группы на месторождении углеводородов

динат источника (при фиксированной его глубине) по модельным многоканальным сейсмограммам поверхностной сейсмической группы. Координаты 150 одноканальных (вертикальных) сейсмометров группы соответствовали реальной поверхностной сейсмической группе, использовавшейся для мониторинга гидроразрыва на месторождении углеводородов в Западной Вирджинии, США [13]. Расположение 150 сейсмометров группы показано на Рис. 1, апертура группы приближенно равна 3х3 км.

Модельные 150-канальные сейсмограммы группы получались в результате смешивания 150-канальных реализаций помех с 150-канальными синтетическими сейсмограммами. В качестве реализаций помех использовались как записи реальных сейсмических помех, зарегистрированных на сейсмометрах группы в Западной Вирджинии при производстве ГРП, так и модельные гауссовские помехи. Синтетические сейсмограммы рассчитывались методом Каньяра де Хупа [2] для фиксированного механизма источника и скоростной модели земной среды, близкой к характеристикам реальной среды на месторождении углеводородов в Западной Вирджинии. В качестве временной функции источника при расчете синтетических сейсмограмм

использовался фрагмент длительностью 0,4 с. сейсмограммы реального сейсмического источника с эффективной полосой частот от 16 до 35 Гц. (Рис. 2). В качестве механизмов очага при расчетах синтетических сейсмограмм использовались изотропный механизм: очаг типа взрыва, и механизм типа двойного диполя [2]. Проекция диаграмм излучения источников с этими механизмами на плоскость расположения датчиков группы показаны на Рис. 3.

Синтетическая 150-канальная сейсмограмма источника смешивалась с различными временными фрагментами 20 минутной 150-канальной записи помех. Среднеквадратические значения трасс синтетической сейсмограммы при ее суммировании с различными фрагментами сейсмических помех выбирались таким образом, чтобы обеспечить заданное (усредненное по всем 150 каналам) отношение сигнал-помеха (ОСП). Временные интервалы помех для смешивания с синтетической сейсмограммой были разнесены друг относительно друга во времени на промежутки большие, чем время корреляции помех в каналах группы, так что отсчеты помех на этих интервалах могли считаться статистически независимыми. В результате было получено 109 модельных 150-канальных сейсмограмм, длительностью 10 с., представлявших собой смесь сигналов

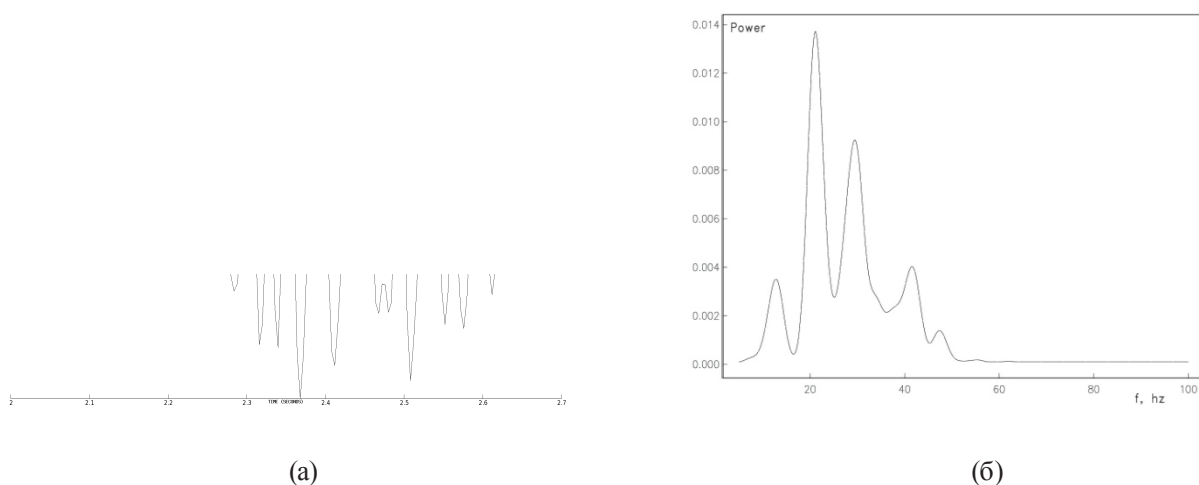
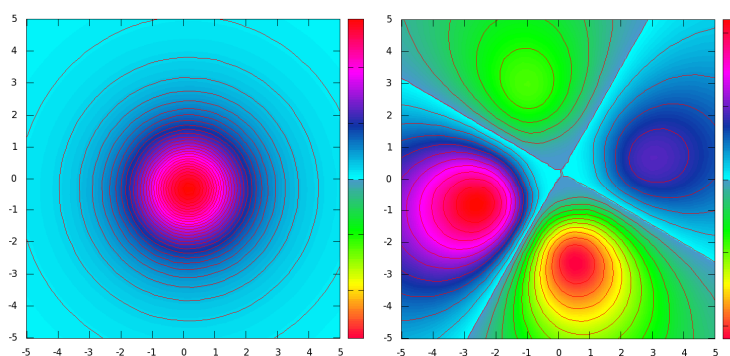


Рис. 2. а) Волновая форма сигнала источника, б) спектральная плотность мощности сигнала источника



а) изотропный источник типа взрыва;

б) источник типа двойного диполя

Рис. 3. Проекция диаграммы излучения на плоскость расположения датчиков группы

и помех. Каждая из этих сейсмограмм обрабатывалась описанными выше алгоритмами с целью определения координат источника синтетической сейсмограммы.

Ниже описаны результаты обработки полученных смесей, соответствующих различным по статистическим характеристикам записям помех. На Рис. 4(а) представлены записи 10 каналов реальных сейсмических помех, зарегистрированных при производстве ГРП на месторождении в Западной Вирджинии. На Рис. 4(б) показаны записи 10 каналов модельной гауссовской помехи с равномерной спектральной плотностью мощности, имитировавшего белую по пространству и времени сейсмическую помеху.

При проведении экспериментов в случае изотропного механизма очага (Рис. 3,а) исследовалась сравнительная точность оценок координат источника, полученных методом сейсмической эмиссионной томографии (СЭТ), методом максимального правдоподобия (ММП) и фазовым методом (ФМ). В этом случае координаты источника синтетической многоканальной сейсмограммы были выбраны равными $X=0.17$, $Y=-0.33$, $Z=1.87$ км. В случае механизма очага типа двойного диполя (Рис. 3,б) исследовались оценки, робастные к диаграмме излучения источника, описанные в разделе 5. Координаты источника в этом случае были равны: $X=-0.16$, $Y=-0.12$, $Z=2.5$ км.

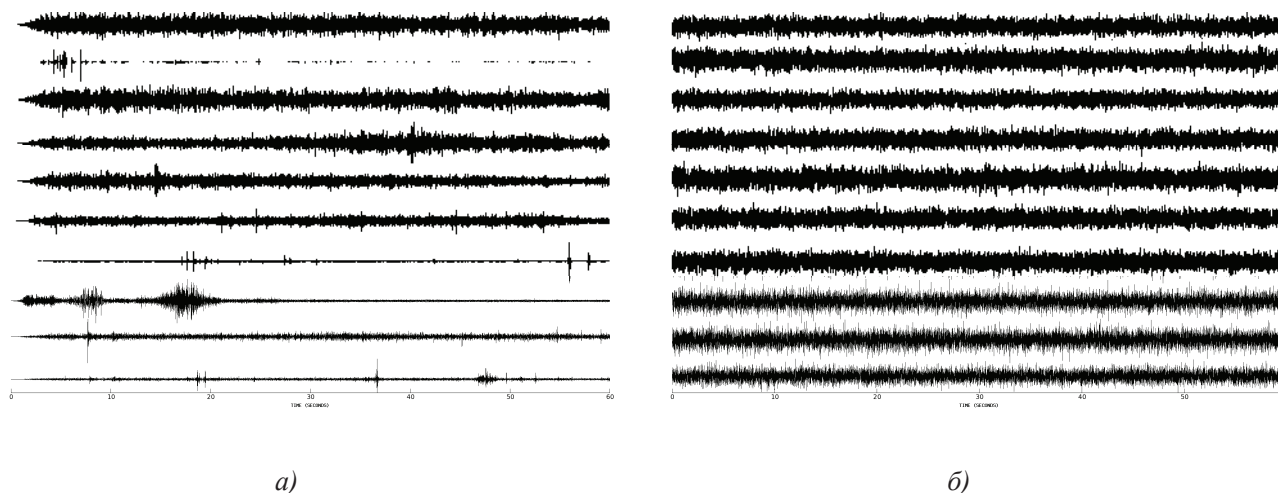


Рис. 4. Первые 10 каналов помех из 150, длительностью 1 мин из 20

6.1. Сравнение точности алгоритмов оценивания координат источников при помехах типа гауссовского белого шума и изотропного механизма очага

Как отмечалось ранее, в случае модели случайного поля сейсмических помех в виде белого по пространству и времени шума оценка СЭТ является оценкой максимального правдоподобия для координат источника. Следовательно, можно ожидать, что алгоритм ФМ в этом случае дает большие погрешности в оценивании координат по сравнению с СЭТ алгоритмом. На рис. 5 представлен результат обработки описанных выше 109 фрагментов смеси синтетической сейсмограммы с белым по пространству и времени шумом с помощью оценок координат источника по методу ФМ (а) и методу СЭТ (б). На рисунке изображены карты эмпирических двумерных плотностей вероятности оценок горизонтальных координат источника (X,Y) при фиксированной координате Z=1,87 км. Эти эмпирические плотности были получены с помощью

непараметрического метода Парзена-Розенבלата («ядерной» оценки плотности вероятности) на основе 109 оценок координат источника, полученных в вычислительном эксперименте по методу Монте-Карло. Оценки положения источника изображены на картах в виде желтых точек. В виде красных контуров на картах изображены доверительные области с уровнем значимости 90%. По 109 оценкам координат источника были также рассчитаны оценки двумерных матриц среднеквадратических ошибок для обоих использованных алгоритмов.

Из Рис. 5 и таблицы 1 видно, что в случае, когда помехи имеют гауссовское распределение и являются статистически независимыми как по времени, так и по пространству, алгоритм СЭТ демонстрирует более высокую точность оценивания, чем алгоритм ФМ. При этом важно, что алгоритм ФМ не сильно проигрывает алгоритму СЭТ, т.е. с точки зрения практики среднеквадратические ошибки оценивания двух методов можно считать соизмеримыми, т.к. статистически существенного их расхождения не проявляется.

Таблица 1

Элементы матриц среднеквадратических отклонений для алгоритмов СЭТ и ФМ

Оценка	σ_x (км)	σ_y (км)	ρ_{xy}
СЭТ	0.0207	0.0222	0.0298
ФМ	0.0384	0.0369	0.0532

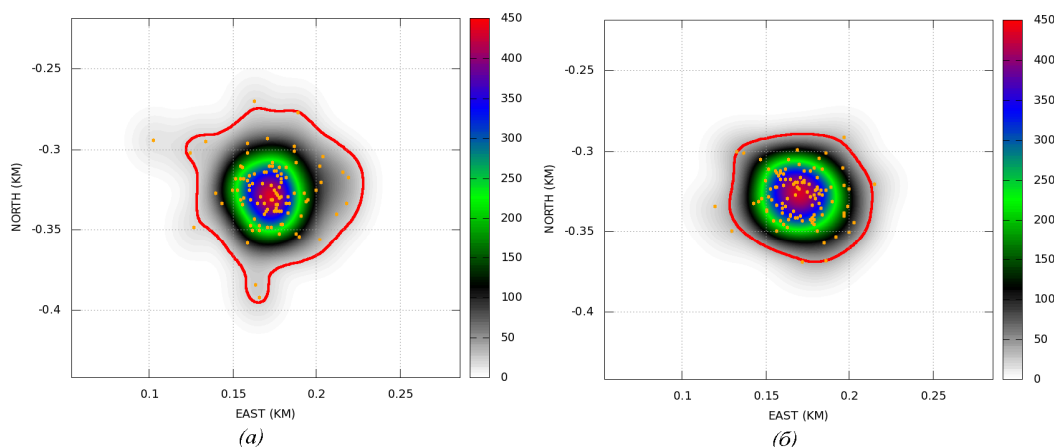


Рис. 5. Карты эмпирических двумерных распределений вероятности оценок координат (X, Y) источника:
(а) ФМ оценка, (б) СЭТ оценка.

Желтые точки – оценки положения источника, красные контуры – 90% эмпирические доверительные области для оценок. Источник с изотропной диаграммой излучения, помехи в виде белого по пространству и времени гауссовского шума, ОСП=0.05.

6.2. Сравнение точности алгоритмов оценивания координат источников при реальных сейсмических помехах, зарегистрированных при проведении ГРП. Изотропный механизм очага

Из Рис. 4 отчетливо видно отличие реальных помех от модельных помех в виде гауссовского белого шума. Ярче всего это отличие проявляется в неравномерном уровне мощности помех в различных каналах, а также в наличии существенной нестационарности помех, мощность которых сильно возрастает на некоторых временных интервалах. Более детальный анализ показывает, что изменяется во времени и спектральный состав помех [15]. Поэтому анализ точности алгоритмов оценивания координат источников в случае реальных сейсмических помех представляет значительно больший практический интерес по сравнению с предыдущим случаем модельных гауссовских белых шумов.

Результаты вычислительного эксперимента по методу Монте-Карло с обработкой сигналов источника, смешанных с реальными сейсмическими помехами, оказались неожиданными, однако согласуются с теоретическими положениями, изложенными в предыдущих разделах. На Рис. 6 приведены карты

эмпирических двумерных плотностей вероятностей для трёх алгоритмов оценивания: СЭТ, ФМ и ММП, а в Таблице 2 – оценки матриц среднеквадратических отклонений для каждого из этих алгоритмов. Отметим, что на рис. 6 область отображения карт на плоскости X, Y была выбрана исходя из удобства визуального сравнения карт, вследствие чего часть кривой доверительной области и желтых точек – оценок координат, на карте (Рис. 6,а), практически, полностью находятся за границами карты.

Метод ММП, применённый в предположении, что случайные помехи в модели (2) могут рассматриваться как взаимно некоррелированными в различных каналах группы (т.е. $F^{-1}(f_j)$ для любой частоты f_j является произвольной вещественной положительной диагональной матрицей) показывает наилучшую эффективность по сравнению с остальными методами. Алгоритм СЭТ приводит к неприемлемым среднеквадратическим ошибкам оценивания. Очевидно, это связано со статистическими характеристиками реальных помех, отличных от белых по пространству и времени шумов с одинаковой мощностью во всех каналах (Рис. 4,б). В то же время, алгоритм ФМ демонстрирует устойчивость к реальным сейсмическим помехам и незначительно уступает алгоритму ММП.

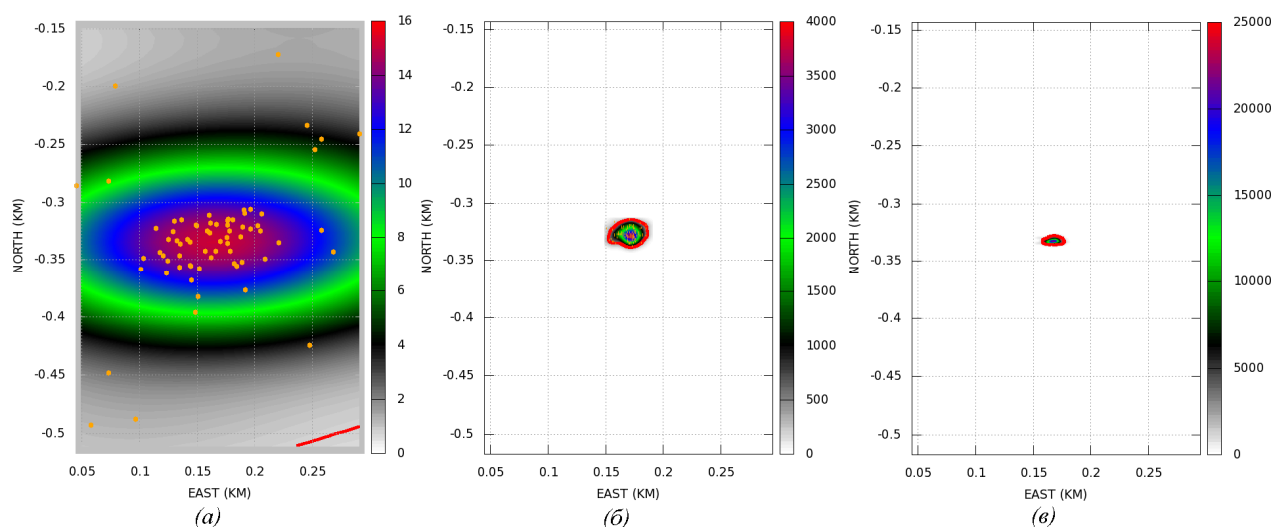


Рис. 6. Карты эмпирических двумерных распределений вероятности оценок координат (X,Y) источника: а) СЭТ оценка, б) ФМ оценка, в) ММП оценка.

Желтые точки – оценки положения источника, красные контуры – 90% эмпирические доверительные области для оценок. Источник с изотропной диаграммой излучения, реальные сейсмические помехи, зарегистрированные в ходе процедуры ГРП на месторождении углеводородов. ОСП=0.05.

Таблица 2

Элементы матриц среднеквадратических отклонений для алгоритмов СЭТ, ФМ и МП

Оценка	$RMSE_x$ (км)	$RMSE_y$ (км)	$RMSE_p$ (км)
СЭТ	0.13174	0.10609	0.1689
ФМ	0.00696	0.00570	0.0090
МП	0.00476	0.00302	0.0055

6.3. Сравнение точности алгоритмов оценивания координат источников при реальных сейсмических помехах, зарегистрированных при проведении ГРП

Случай механизма очага в виде двойного диполя.

Согласно статистической теории оценивания оценки, обладающие робастным свойством к изменению некоторых характеристик математической модели наблюдений, неизбежно проигрывают в помехоустойчивости оценкам, оптимальным для точно известной модели [4]. В свете этого, рассмотрим результаты обработки смеси многоканальных

записей описанных выше реальных помех и синтетической многоканальной сейсмограммы от источника с механизмом очага в виде двойного диполя и диаграммой излучения, показанной на Рис. 3,б). Целью вычислительного эксперимента по методу Монте-Карло являлось сравнение точности оценки, основанной на аргументах максимумов модулей взаимных корреляций (АММК) сигналов датчиков группы, и фазовой робастной оценки (ФРО), основанной на специальном выборе функции от фазовых невязок, а также демонстрация непригодности традиционной СЭТ оценки. На Рис. 7 визуальнo показаны результаты сравнения оценок, а в Таблице 3 собраны численные результаты.

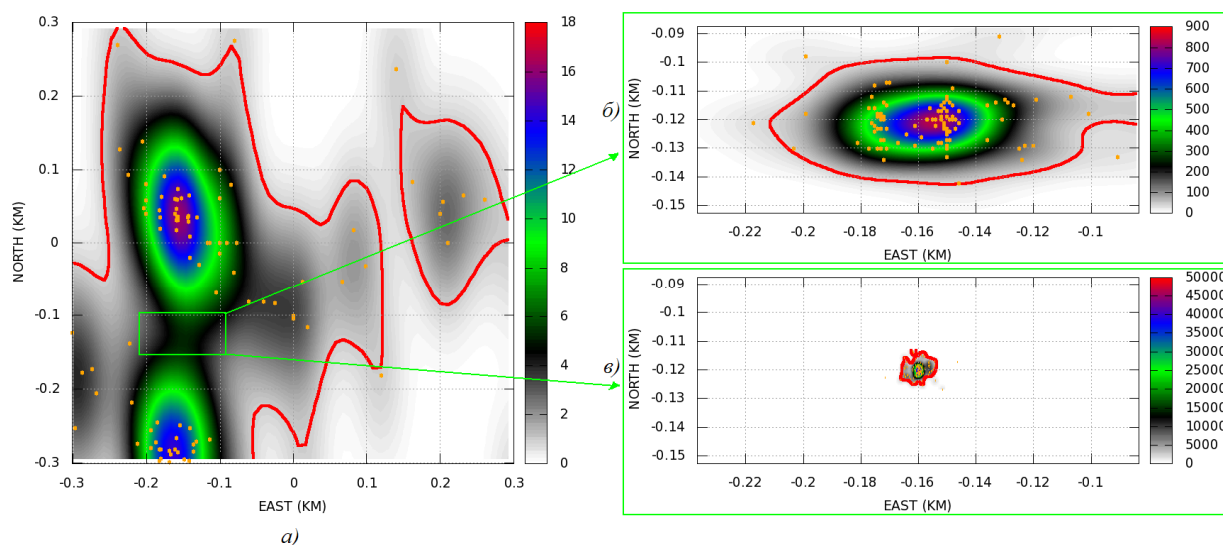


Рис. 7. Карты эмпирических двумерных распределений вероятности оценок координат (X,Y) источника:
а) СЭТ оценка, б) АММК оценка, в) ФРО оценка.

Желтые точки – оценки положения источника, красные контуры – 90% эмпирические доверительные области для оценок. Источник с механизмом очага в виде двойного диполя, реальные сейсмические помехи, зарегистрированные в ходе процедуры ГРП на месторождении углеводородов. ОСП=0.1

Таблица 3

Элементы матриц среднеквадратических отклонений для алгоритмов СЭТ, АММК и ФРО

Оценка	$RMSE_x$ (км)	$RMSE_y$ (км)	$RMSE_p$ (км)
СЭТ	0.139050	0.162856	0.2140
АММК	0.025536	0.010770	0.0264
ФРО	0.003122	0.002241	0.0038

Оценки координат источника, полученные традиционным методом СЭТ, не концентрируются вокруг истинного положения источника (рис. 7,а)). Это свидетельствует о несостоятельности алгоритма СЭТ в случае механизма микросейсмического очага более сложного, чем механизм типа взрыва. В свою очередь, оценки, робастные к диаграмме излучения источника справляются с неопределённостью механизма очага. При этом фазовая робастная оценка ФРО показывает лучшее усреднение реальных помех по сравнению с оценкой АММК, основанной на аргументах максимумов модулей взаимных корреляций сигналов на парах датчиков группы, предложенной в [14].

Заключение

В работе теоретически и экспериментально продемонстрирована эффективность использования методов математической статистики в задаче определения координат микросейсмического источника по данным группы приемников, подверженных влиянию сильных техногенных сейсмических помех. Основными теоретическими результатами работы является синтез алгоритма максимального правдоподобия для оценивания параметров микросейсмического источника в случае аддитивных стационарных гауссовских помех, коррелированных

по времени по пространству, а также синтез фазовых алгоритмов оценивания координат источника, робастных к реальным техногенным помехам и форме диаграммы излучения источника.

С помощью метода Монте-Карло экспериментально показано, что оценка по методу максимального правдоподобия и фазовая оценка демонстрируют гораздо более высокую точность при воздействии на группу реальных техногенных сейсмических помех по сравнению с традиционно используемым в геофизике алгоритмом сейсмической эмиссионной томографии (СЭТ). При этом фазовая оценка не сильно уступает по точности вычислительно более сложному адаптивному алгоритму метода

максимума правдоподобия. Экспериментально также показано, что СЭТ оценка может быть крайне неустойчивой в случае сложного механизма очага источника и должна быть замена робастным корреляционным или робастным фазовым алгоритмом. Последний при этом показывает наибольшую помехозащищённость.

Фазовый робастный алгоритм оценивания координат источника, может оказаться весьма полезным при практическом применении для преодоления априорной неопределённости, связанной с характером механизма микросейсмических очагов, а также как эффективное средство подавления нестационарных помех со сложной стохастической природой.

Благодарность

Автор благодарит проф. А.Ф. Кушнир за полезные обсуждения, а также руководство ЗАО НИЦ «Синапс» за право публикации данных материалов, полученных в ходе исполнения рабочих обязанностей.

Список литературы

1. Я. З. Цыпкин, Информационная теория идентификации // М.: Наука. Физматлит, 1995, 336 с.
2. К. Аки, П. Ричардс, Количественная сейсмология // М., Мир, 1983, 880 с.
3. Д. Бриллинджер, Временные ряды. Обработка данных и теория // М., МИР, 1980, 532 с.
4. Кушнир А. Ф., Статистические вычислительные методы сейсмического мониторинга // М., URSS, 2012, 464 с.
5. И. А. Ибрагимов, Р. З. Хасьминский, Асимптотическая теория оценивания // М.: Наука, 1979, 528 с.
6. А.А. Логинов, О.А. Морозов, М.Ю. Семенова, С.Л. Хмелев, Синтез субоптимальных цифровых фильтров на основе обобщения подхода Кейпона // Радиофизика, Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского, 2008, №2, с. 39–45.
7. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990, 551 с.
8. Чеботарева И.Я., А.Ф. Кушнир, М.В. Рожков, Устранение интенсивной помехи при пассивном мониторинге месторождений углеводородов методом эмиссионной томографии // Физика Земли, 2008, с. 65-82
9. M. Brandstein, D. Ward, Microphone Arrays // Springer, 2001, 398 с.
10. Варыпаев А. В., Статистический анализ фазового алгоритма локации источника широкоплоского волнового поля. Распределение разности фаз спектральных компонент наблюдений на пространственно разнесённых датчиках // «Естественные и технические науки» №3, 2012, «Спутник+», с. 220-232.
11. Кушнир А.Ф., Рожков М.В. Тагизаде Т.Т., Способ измерения координат микросейсмических источников при воздействии помех, Патент RU №2451308, 20.05.2012.
12. Дженкинс Г., Д. Ваттс Спектральный анализ и его приложения, выпуск 2 // М., МИР, 1972, 284 с.
13. Eriphansky A.G., Kushnir A.F., Rozhkov M.V., Rozhkov N.M., Varupaev A.V., Dricker I.G., Hellman S. Enhancement of Surface Array Monitoring of Hydraulic Fracturing Based on Statistically Optimal Algorithms // 33-rd General Assembly of European Seismological Commission, 19 – 24 August 2012, Moscow, Russia.
14. Ерохин Г.Н., Майнагашев С.М., Бортников П.Б., Кузьменко А.П., Родин С.В., Способ контроля процесса гидроразрыва пласта залежи углеводородов, Патент RU №2319177, 19.06.2006.
15. Rozhkov, M., A. Kushnir, N. Rojgov, I. Dricker, and S. Hellman, 2012, Statistical analysis of microseismic noise during hydraulic fracturing: 74th Conference & Exhibition, EAGE, Extended Abstracts, P092, 7-12 June 2012, Copenhagen, Denmark.