

# МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ОШИБОК В РАБОТАХ ПРОЕКТА

## MATHEMATICAL MODEL FOR EMERGENCE OF MISTAKES IN WORKS OF THE PROJECT

*M. Maron*

*Summary.* Emergence of faults in the works is standard project's risk. For an assessment of consequences of this risk, it is desirable to know probabilities of faults. At the same time, property of uniqueness of a project, as a rule, does not allow to find required probabilities by means of statistical data. In this article offered the mathematical model for definition of probabilities of faults at implementation of the project. In this model accepted duration of work as a measure of its complexity, and the flow of the arising faults considered as Poisson.

*Keywords:* project's risk, probabilities of faults, Poisson flow.

**Марон Максим Аркадьевич**

Аспирант, Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»  
maxxx-fizik@mail.ru

*Аннотация.* Возникновение ошибок при выполнении работ является типовым проектным риском. Для оценки последствий этого риска желательно знать вероятности ошибок. Вместе с тем свойство уникальности проекта, как правило, не позволяет найти искомые вероятности с помощью статистических данных. В статье предложена математическая модель для определения вероятностей ошибок при выполнении проекта. В этой модели длительность работы принята в качестве меры её сложности, а поток возникающих ошибок считается пуассоновским.

*Ключевые слова:* проектный риск, вероятности ошибок, пуассоновский поток.

## Введение

Любой проект состоит из работ, выполняемых в определённой логической последовательности. Каждая работа должна иметь результат, отвечающий установленным требованиям. Если хотя бы одно из этих требований не удовлетворено, то работа выполнена с ошибкой. В частности, если результат такой работы — это элемент технической системы, то можно говорить, что результатом работы является неисправный или даже неработоспособный элемент. Для эффективного управления рисками желательно знать вероятности возникновения ошибок ещё на этапе планирования проекта [11]. Тогда можно принять обоснованные меры по снижению вероятностей ошибок в критических работах, а также разработать мероприятия по снижению последствий ошибок. Однако, по определению каждый проект уникален, даже если он является типовым. В противном случае это уже не проект, а повторяемый бизнес — процесс.

В силу этого определить искомые вероятности ошибок статистическими методами, как правило, невозможно. Даже если строительная компания осуществляет проекты возведения типовых жилых домов и для каждого реализованного проекта фиксирует при выполнении каких работ возникали ошибки, то всё равно этих данных недостаточно для правдоподобного определения искомых вероятностей. Причина здесь даже не в том, что частота сходится к вероятности достаточно медленно. Важнее, что ошибки мо-

гут возникать в нескольких работах проекта. Для  $n$  работ возможными являются  $n!$  вариантов. Собрать статистические данные для определения вероятности появления каждого из этих вариантов невозможно. В силу этого актуальной является проблема разработки математической модели возникновения ошибок в работах проекта. Такая модель предложена в данной статье.

Простейший поток событий и условия его применения для моделирования процесса возникновения ошибок в работах проекта

Предлагается построить математическую модель процесса возникновения ошибок в проекте на базе пуассоновского потока событий. Для этого процесс возникновения ошибок должен физически обладать свойствами: ординарности, отсутствия последовательности и стационарности [4]. Начнём с ординарности. Она заключается в том, ошибки должны возникать как одиночные, а не групповые события. В большинстве случаев это свойство выполняется. Даже если работы по графику производятся параллельно, то ошибки каждый исполнитель допускает самостоятельно. Ситуацией, когда, например, при строительстве может нарушиться ординарность является землетрясение, но это катастрофическое явление. Отсутствие последовательности состоит в том, что вероятность ошибки в очередной работе не должна зависеть от того, сколько ошибок уже возникло в ранее выполненных работах.

Это свойство будет соблюдаться, если разные работы выполняют разные исполнители. Если же исполнитель один, и никаких мер воздействий к нему в связи с допущенными ошибками не применяется, то свойство отсутствия последствия не будет выполнено. Стационарность состоит в том, что вероятность возникновения ошибки должна зависеть только от длительности работы и не должна зависеть от того, как расположена работа на графике проекта. Независимость от расположения на графике может нарушаться, если по мере приближения к сроку окончания проекта начинается аврал. Если же налажен бескомпромиссный контроль за ходом выполнения работ, а именно так должно быть, то можно считать, что независимость вероятности ошибки не зависит от её расположения на графике проекта соблюдается.

Можно утверждать, что если при реализации проекта не допускается ослабления контроля качества выполнения работ, даже по мере приближения запланированных сроков его окончания, к недобросовестным исполнителям своевременно применяются меры воздействия, заставляющие их соблюдать установленные требования; то поток ошибок в работах проекта можно считать ординарным, с отсутствием последствия и обладающим свойством индифферентности к расположению работы на временном графике проекта. Заметим, что требования к организации и контролю работ, обеспечивающие эти свойства указаны как обязательные не только в РМВоК [1], но и практически во всех стандартах управления проектами [2,5]. Сложнее обстоит дело, с тем, чтобы выполнялось первое условие стационарности — зависимость вероятности возникновения ошибки только от длительности работы. Оно заведомо выполняется, если все работы осуществляют квалифицированные специалисты, сопоставимыми по своим навыкам в порученных работах и с применением материалов сопоставимого качества. Тогда каждая ошибка — результат случайности. Если же заранее известно, что одна бригада лучше другой, то будет уместно предположить, что вероятность ошибки зависит не только от длительности работы. Заметим, что если серьёзных оснований для таких суждений нет, то следует считать, что стационарность выполняется. Предлагаемая ниже модель применима к проектам, при реализации которых выполнены указанные выше требования, обеспечивающие стационарность, отсутствие последствия и стационарность потока ошибок.

#### Расчёт вероятностей ошибок

Математическая модель процесса возникновения ошибок в работах проекта должна отвечать следующим требованиям.

1. Соответствовать реальностям процесса возникновения ошибок.
2. Быть удобной для проведения расчётов, связанных с диагностикой и анализом мер по снижению негативных последствий ошибок в работах проекта.
3. Параметры модели можно определить на основании реально доступных статистических данных о реализации аналогичных проектов.

Непреложным требованием является полное соответствие модели логике того раздела математики, на базе которого она создана. Предлагается следующая математическая модель процесса возникновения ошибок в работах проекта.

Имеется проект, состоящий из  $n$  работ. Длительность работы  $i$  равна  $t_i$  ( $i=1, 2, \dots, n$ ). На выполняемые работы действует простейший поток ошибок. Интервал действия равен  $\tau$  — суммарному времени выполнения всех работ — сумме  $t_i$  по  $i$  от 1 до  $n$ . Заметим, что  $\tau$  отличается от времени выполнения проекта, поскольку работы могут выполняться параллельно. Тогда вероятность  $P_k$  того, что ровно  $k$  работ будут выполнены с ошибками можно найти по формуле Пуассона

$$P_k = \frac{a^k}{k!} e^{-a} \quad (1)$$

где

$a$  — среднее число ошибок за время  $\tau$

Величина  $a$  и интенсивность потока ошибок  $\lambda$  (среднее число ошибок в единицу времени) связаны соотношением

$$a = \lambda \cdot \tau \quad (2)$$

Если проект типовой, то вполне реально считать, что известен процент аналогичных проектов, выполненных без ошибок. Или, что тоже, известна  $P_0$  — вероятность того, что ошибок в проекте не будет. В соответствии с формулами (1) и (2) имеем

$$P_0 = e^{-\lambda\tau} \quad (3)$$

Откуда

$$\lambda = -\frac{\ln P_0}{\tau} \quad (4)$$

Естественно формула (4) не может применяться, если  $P_0 = 0$ . В этом случае интенсивность потока отказов придётся определять, основываясь на формуле Пуассона (1) при  $k \neq 0$ .

При простейшем потоке ошибок вероятность того, что работа  $i$  будет выполнена с ошибкой можно найти по формуле

$$p_i = p(t_i) = 1 - e^{-\lambda t_i} \quad (5)$$

Соответственно, вероятность того, что работа будет выполнена правильно — без ошибки можно найти по формуле

$$q_i = q(t_i) = e^{-\lambda t_i} \quad (6)$$

Нетрудно убедиться, что в соответствии с формулой (5), вероятность ошибки убывает при уменьшении длительности работы и в пределе стремится к нулю. С помощью предложенной модели можно найти вероятность любой из возможных комбинаций ошибок в работах. Также можно проверить, что вероятность возникновения хотя бы одной ошибки дополняет до единицы  $P_0$  — вероятность того, что ошибок в проекте не будет. Таким образом предложенная модель для расчёта вероятностей ошибок в работах проекта полностью соответствует логике теории случайных процессов [4], на базе которого она создана.

Предложенная модель соответствует реальностям процесса возникновения ошибок если при реализации проекта не допускается ослабления контроля качества выполнения работ, даже по мере приближения запланированных сроков его окончания, к недобросовестным исполнителям своевременно применяются меры воздействия, заставляющие их соблюдать установленные требования; и нет оснований предполагать, что одни исполнители работают лучше других. Для определения среднего числа проектов, выполненных без ошибок требуется намного меньше статистических данных, чем для определения вероятностей. Соответственно, параметры модели можно определить на основании реально доступных статистических данных о реализации аналогичных проектов. Покажем насколько удобна эта модель для решения задач диагностики проектов.

Перспективы использования предложенной модели для решения задач диагностики проектов

После завершения последней работы выполняется финальная проверка того, что результат проекта (новая техническая система или технологический процесс) соответствует всем установленным требованиям. Если обнаружено несоответствие хотя бы одному из установленных требований, то осуществляется поиск работ, выполненных с ошибками и их исправление. Чем больше работ надо проверить, тем на большее время будет задержано завершение проекта. Таким образом, существу-

ет риск — «Задержка завершения проекта из-за того, что после финальной проверки возникает необходимость поиска неправильно выполненных работ и устранения допущенных ошибок». Для краткости назовём его риском позднего обнаружения ошибок. Такой риск характерен для всех проектов. Его последствия можно уменьшить выполняя промежуточные проверки. Выбор мест проведения таких проверок в проектах представляет собой сложную задачу, она впервые решена в работе [8]. В работе [3] результат распространён на случай, когда возможны различные сценарии реализации проекта, отличающиеся составом работ. Методы, предложенные в работах [3,8], основаны на принципе Шеннона состоящем в том, что для уменьшения неопределённости надо проводить эксперименты, дающие максимально возможное количество информации, а также замеченной автором аналогии между сетевыми графиками проектов и функциональными моделями технических систем, используемыми в работах члена-корреспондента РАН П. П. Пархоменко, его учеников и коллег по основанной им лаборатории технической диагностики и отказоустойчивости ИПУ РАН, для решения задач технической диагностики [7].

Результаты работ [3,8] прямо применимы для диагностики проектов создания ответственных систем [6,10]. В таких проектах осуществляется жёсткий контроль за соблюдением технологии выполнения работ непосредственно при их выполнении. В силу чего можно пренебречь возможностью наличия кратных ошибок и считать, что если при финальной проверке зафиксирован факт несоответствия результата установленным требованиям, то это явилось причиной ошибки в одной работе. Предложенная в данной статье модель возникновения ошибок позволяет распространить результаты работ [3,8] на более широкий класс проектов, для которых вероятностями наличия ошибок в нескольких работах пренебречь нельзя [9]. Поясним идею использования предложенной математической модели на примере.

Имеется проект, сетевому графику которого соответствует ориентированный граф, представленный на рисунке 1. Длительности работ, в порядке их нумерации на рисунке, составляют {2;5;4;1;4;3} дней.

Вероятность выполнения проекта без ошибки  $P_0 = 0,33$ .

Для уменьшения последствий риска позднего обнаружения ошибок можно выполнить одну промежуточную проверку. Она может быть выполнена после любой из работ с номерами 1–5. При этом результат проверки  $P_i$  будет положительным, если работа  $i$  выполнена правильно и без ошибок выполнены все работы ей предшествующие, то есть те работы, которым соответствуют вершины графа, из которых вершина  $i$  достижима. В противном

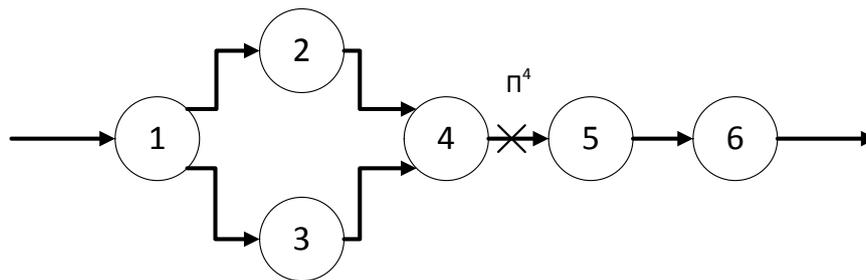


Рис. 1. Граф диагностируемого проекта

случае эта проверка будет иметь отрицательный результат. Обозначим положительный и отрицательный результаты проверки  $\Pi_i$  через  $\pi_0^i$  и  $\pi_1^i$  соответственно. Введём случайную величину  $N$  — «Номер комбинации наличия ошибок в работах проекта». В данном случае она имеет  $6! = 720$  возможных значений. Наибольшее количество информации о значении этой величины даст та из допустимых промежуточных проверок —  $\{\Pi_1; \Pi_2; \Pi_3; \Pi_4; \Pi_5\}$ , энтропия (неопределённость) результата которой максимальна. Соответственно, для её нахождения необходимо для каждой из допустимых промежуточных проверок рассчитать вероятности возможных результатов и найти энтропию по формуле Шеннона. Покажем, как это сделать на основании предложенной математической модели возникновения ошибок в работах проекта.

На основании заданного значения  $P_0$  по формуле (4) находим интенсивность ошибок  $\lambda$ , предварительно определив  $\tau$  как сумму длительностей работ проекта. Получим  $\lambda = 0,058$  [1/день]. Произведём расчёт энтропии результата проверки  $\Pi_4$ . Её результат будет положительным, если ни в одной из работ  $\{1;2;3;4\}$  ошибок не будет. Вероятность такого события равна

$$P(\pi_1^4) = e^{-\lambda t_1} \cdot e^{-\lambda t_2} \cdot e^{-\lambda t_3} \cdot e^{-\lambda t_4} = e^{-\lambda(t_1+t_2+t_3+t_4)} = 0,496$$

Вероятность отрицательного результата дополняет эту величину до 1. Энтропия  $H_4$  результата проверки  $\Pi_4$  будет равна

$$H_4 = -0,504 \cdot \ln 0,504 - 0,496 \cdot \ln 0,496 = 0,693 \text{ [нат]}$$

Рассчитав энтропии результатов других промежуточных проверок можно убедиться, что именно проверка  $\Pi_4$  является наиболее информативной. Можно показать на данном примере, что если увеличивается  $P_0$  — вероятность того, что ошибок в проекте не будет, то наиболее информативные проверки «перемещаются» к концу проекта. Если же  $P_0$  уменьшается, то наиболее информативные проверки перемещаются к началу. Это логично. Чем больше вероятность возникновения ошибок, тем раньше надо выполнять промежуточные проверки.

### Заключение

Изложенное позволяет сделать следующие выводы.

1. Разработана математическая модель возникновения ошибок в работах проекта. Модель соответствует реальностям процесса возникновения ошибок если: ошибки возникают независимо друг от друга; при реализации проекта не допускается ослабления контроля качества выполнения работ, даже по мере приближения запланированных сроков его окончания; к недобросовестным исполнителям своевременно применяются меры воздействия, заставляющие их соблюдать установленные требования; нет оснований предполагать, что одни исполнители работают лучше других.
2. С помощью предложенной модели можно рассчитать вероятности не только для одиночных ошибок, но и для любой их комбинации.
3. Модель позволяет применить информационный подход к диагностике проектов с учётом возможности возникновения ошибок в нескольких работах.

### ЛИТЕРАТУРА

1. A Guide to the Project Management Body of Knowledge: PMBOK Guide 5th edition. Pennsylvania: Project Management Institute, 2013. 589 p.
2. GAPPS (2006) A Framework for Performance Based Competency Standarts for Global Level 1 and 2 Project Managers. Sydney: Global Alliance for Project Performance Standarts. 2006. 47 p.
3. Maron M. A. The choice of control points of projects taking into account possible change of structure of works // Business Informatics. 2016, 2 (36), 57–61.
4. Вентцель Е. С. Исследование операций. М.: Советское радио. 1972. С. 200–206.
5. ГОСТ Р ИСО 21500–2014 Руководство по проектному менеджменту. М.: Стандартинформ. 2015. 52с

6. Грачёв Н. Н. Способ контроля качества сборки блоков радиоэлектронных средств // *Инновационные информационные технологии*, 2013. № 2. Т. 2. С. 160–166.
7. Карибский В. В., Пархоменко П. П., Согомонян Е. С., Халчев В. Ф. Основы технической диагностики. М.: Энергия, 1976. 464с.
8. Марон А.И., Марон М. А. Информационный подход к организации контроля проектов // *Бизнес-информатика*. 2012. № 4 (22). С. 54–60.
9. Миндлин Ю. Б. Управление системой качества на предприятии сферы услуг // *Тренды и управление*. 2013. № 1. С. 111–114.
10. Царегородцев А.В., Ермошкин Г. Н. Модель оценки рисков информационной безопасности информационных систем на основе облачных вычислений // *Национальная безопасность*. 2013. № 6. С. 46–54.
11. Ципес Г.Л., Товб А. С. Проекты и управление проектами в современной компании. М.: Олимп-Бизнес, 2009, 480 с.

---

© Марон Максим Аркадьевич ( maxxx-fizik@mail.ru ). Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»

