

# СТАТИСТИЧЕСКИЕ И МАШИННЫЕ ПОДХОДЫ К УПРАВЛЕНИЮ ДИНАМИЧЕСКИМИ ПРОЦЕССАМИ НА ОСНОВЕ ГИБРИДНЫХ НЕЙРОСЕТЕВЫХ АРХИТЕКТУР

## STATISTICAL AND MACHINE LEARNING APPROACHES TO DYNAMIC PROCESS CONTROL BASED ON HYBRID NEURAL NETWORK ARCHITECTURES

**K. Novikov  
N. Yurkov  
N. Koshelev**

*Summary. Background and Objectives.* Controlling complex dynamic systems under uncertainty requires models that combine precision, adaptability, and interpretability. Classical methods rely on predefined equations and constraints but often lose efficiency when observations are incomplete or operating regimes shift. On the other hand, machine learning methods offer flexibility but may fail to provide reliable control. This study aims to develop a hybrid neural network architecture that integrates principles of optimal control and statistical modeling. *Materials and methods.* The proposed model comprises two primary components: a dynamics prediction module and a trainable control unit. The training process optimizes a joint loss function that includes prediction accuracy and control effort minimization. Evaluation metrics include MSE, MAE, determination coefficient  $R^2$ , and deviation from target states. *Results.* The hybrid model reduced MSE by 51 % compared to an LSTM and by 41 % relative to the LQR approach. The average deviation from the target state decreased by 32 %, while control energy was reduced. Under regime shifts, maximum trajectory deviation was cut by half. *Conclusions.* The proposed hybrid approach successfully combines the structural reliability of classical control with the flexibility of neural networks. It is applicable to autonomous regulation, predictive control, and system adaptation tasks where both precision and interpretability are critical.

*Keywords:* hybrid neural networks, dynamic system control, optimal control, statistical modeling, trainable regulators, nonlinear dynamics, adaptive architectures.

**Новиков Кирилл Сергеевич**

Аспирант,

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»

kirill1novikov1@gmail.com

**Юрков Николай Кондратьевич**

Доктор технических наук,

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»

yurkov\_NK@mail.ru

**Кошелев Никита Дмитриевич**

Аспирант,

ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»

koshlensky@gmail.com

*Аннотация. Актуальность и цели.* Управление сложными динамическими системами в условиях неопределённости требует моделей, способных совмещать точность, адаптивность и интерпретируемость. Традиционные методы опираются на априорные уравнения и ограничения, но теряют эффективность при частичной наблюдаемости или изменении режима. Машинные методы, в свою очередь, обладают гибкостью, но не гарантируют корректного управления. Целью данной работы является разработка гибридной нейросетевой архитектуры, способной интегрировать принципы оптимального управления и статистического моделирования. *Материалы и методы.* В структуру модели включены два ключевых компонента: модуль предсказания динамики и обучаемый регулятор. Обучение проводится с учётом совместного критерия, включающего точность состояния и минимизацию управляющего воздействия. В качестве метрик использованы MSE, MAE, коэффициент детерминации  $R^2$  и отклонение от целевого состояния. *Результаты.* Модель продемонстрировала снижение MSE на 51 % по сравнению с LSTM и на 41 % по сравнению с LQR. Среднее отклонение от цели уменьшилось на 32 %, при этом энергетическая эффективность управления улучшилась. В сценариях с изменением режима достигнуто двукратное снижение максимального отклонения от траектории. *Выводы.* Гибридный подход объединяет структурные достоинства традиционного управления с адаптивностью нейросетевых методов. Он может применяться в задачах автономного регулирования, предсказательного контроля и системной адаптации, где важны как точность, так и интерпретируемость.

*Ключевые слова:* гибридные нейросети, управление динамическими системами, оптимальное управление, статистическое моделирование, обучаемые регуляторы, нелинейная динамика, адаптивные архитектуры.

## Введение

Современные задачи управления динамическими процессами в технических и природных системах характеризуются высокой размерностью, стохастичностью и временной изменчивостью. Примеры таких процессов включают управление движением автономных систем, адаптацию технологических устано-

вок к внешним воздействиям, регулирование потоков в транспортных сетях и оптимизацию энергопотребления в умных сетях. В условиях неопределённости и ограниченности измерений традиционные методы управления, основанные на жёстких математических моделях, оказываются недостаточно гибкими и чувствительными к контексту. [1, с. 119; 2, с. 287; 3, с. 711]

С другой стороны, статистические и машинные методы, включая нейросетевые подходы, позволяют выявлять скрытые закономерности в данных и строить аппроксимирующие модели, способные к генерализации и адаптации. Однако при использовании исключительно обучаемых моделей возникает риск потери физической и структурной интерпретируемости, а также нарушений устойчивости и управляемости. [1, с. 119]

Наиболее перспективным направлением является построение гибридных нейросетевых архитектур, в которых машинное обучение сочетается с апробированными методами теории управления. [6, с. 118] Такие модели могут использовать как данные наблюдений, так и априорные знания в виде уравнений динамики, ограничений управления или функционалов цели. Особый интерес представляют архитектуры, интегрирующие элементы оптимального управления и статистического моделирования в единую обучаемую структуру.

Пусть динамическая система описывается в обобщённом виде как:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), u(t), w(t)), x(0) = x_0. \quad (1)$$

В задачах управления целью часто является минимизация функционала:

$$J = \int_0^T (x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t))dt, \quad (2)$$

где  $Q$  и  $R$  — весовые матрицы. Проблема заключается в том, что реальные функции и статистика  $w(t)$  неизвестны, а оптимальные  $u(t)$  невозможно получить аналитически.

Гибридный подход заключается в том, чтобы аппроксимировать структуру оптимального управления при помощи обучаемой модели:

$$\hat{u}(t) = \mathcal{N}_\theta(x(t)), \quad (3)$$

где  $\mathcal{N}_\theta$  — нейросетевая модель с параметрами  $\theta$ , обучаемы на данных траекторий и управляющих воздействий. При этом модель может быть дополнена регуляторами, обеспечивающими соблюдение физических ограничений или требований устойчивости системы.

Актуальность исследования определяется необходимостью создания универсальных подходов к управлению, способных сочетать высокую адаптивность с интерпретируемостью и устойчивостью. В отличие от чисто эмпирических моделей, гибридные нейросетевые архитектуры позволяют не только предсказывать поведение системы, но и формировать управляющие воздействия с учётом ограничений, динамики и шумов.

Целью данной работы является разработка и исследование гибридной нейросетевой архитектуры для управления нелинейными динамическими системами, с использованием как статистического обучения, так и структурных ограничений из теории управления.

## Материалы и методы

Построение управляемой модели для сложных динамических процессов требует интеграции нескольких типов знаний — эмпирических наблюдений, физических ограничений и структуры управления. Применительно к рассматриваемому классу систем, динамика которых подвержена нелинейным влияниям и стохастическим возмущениям, предложенная архитектура сочетает элементы обучаемой нейросети с встраиваемыми управляющими механизмами.

В отличие от типичных рекуррентных моделей, таких как LSTM или GRU, здесь управление и предсказание состояния осуществляются отдельно, через параллельно функционирующие блоки. Первый из них реализует аппроксимацию неизвестной динамики по наблюдаемым данным, второй — принимает решения о воздействии на систему, опираясь на внутренние представления об оптимальности.

### Математическая формализация

В основу модели положено предположение о наличии скрытой динамики, которую невозможно явно задать аналитически, но можно приближённо восстановить из данных. Пусть наблюдаемый процесс описывается системой вида:

$$x_{t+1} = \Phi(x_t, u_t) + \xi_t, \quad (4)$$

где  $x_t$  — вектор состояния на момент времени  $t$ ,  $u_t$  — управляющее воздействие,  $\xi_t$  — вектор стохастических возмущений, а  $\Phi$  — аппроксимируемая модель перехода. Архитектура сети проектируется таким образом, чтобы обучаемая функция  $\Phi \approx \Phi_\theta$  обеспечивала минимизацию прогноза ошибки состояния на шаг вперёд.

Управление при этом строится как результат оптимизации квазилинейного функционала, ориентированного на достижение состояния, близкого к заданной цели  $x^*$ , с учетом ограничений на интенсивность управления. Целевая функция в общем виде записывается как:

$$\mathcal{L}_{cr} = \sum_{t=0}^{T-1} |x_{t+1} - x^*|^2 + \lambda |u_t|^2. \quad (5)$$

Здесь первый слагаемый отражает точность приведения системы к целевому состоянию, а второй вводит штраф за чрезмерную энергию управления. Параметр

$\lambda > 0$  регулирует компромисс между достижением цели и стоимостью управления.

Общий функционал обучения объединяет две составляющие: динамическую ошибку модели и ошибку управления. Соответственно, полная функция потерь принимает вид:

$$\mathcal{L}_{total} = \alpha \mathcal{L}_{dyn} + \beta \mathcal{L}_{ctrl}, \quad (6)$$

где  $\mathcal{L}_{dyn} = \sum_{t=0}^{T-1} |x_{t+1} - \Phi_{\theta}(x_t, u_t)|^2$  — ошибка предсказания следующего состояния, а коэффициенты  $\alpha, \beta$  подбираются эмпирически или в ходе валидации модели.

Для обучения гибридной архитектуры использовались временные ряды, отражающие поведение управляемых процессов под воздействием различных стратегий. [4, с. 840; 5, с. 348] Особенность модели состоит в её способности извлекать как краткосрочные зависимости в данных, так и долгосрочные тренды, проявляющиеся при изменении внешней среды или стратегии управления. Предобработка данных включала стандартные процедуры фильтрации, нормализации и временного выравнивания. Особое внимание уделялось борьбе с зашумлённостью и аномальными точками, способными существенно исказить обучение модели. В таблице 1 приведены ключевые характеристики архитектуры модели и используемых входных данных.

В качестве метода оптимизации использовался адаптивный градиентный алгоритм Adam, модифицированный под задачу управления с прогнозом. Для стабили-

Таблица 1.

Конфигурация модели и спецификация данных для обучения

Компонент	Описание
Размерность состояния $n$	Зависит от задачи (от 4 до 20)
Глубина нейросети	3 скрытых слоя, <i>ReLU</i>
Длина окна $T$	10–50 шагов
Тип входных данных	Временные ряды состояний и управлений
Метод оптимизации	Adam (с модификацией)
Регуляризация	L2 + контроль на градиент (clip)
Обновление параметров	формула (7)

зации процесса использовались техника градиентного клиппинга и регуляризация по параметрам:

$$\theta_{t+1} = \theta_t - \eta \nabla L + \mu \theta_t, \quad (7)$$

где  $\eta$  — шаг обучения, а  $\mu$  — коэффициент L2-регуляризации. Обучение проводилось на батчах длиной 32–64 точки, с ранней остановкой на основе валидационного функционала управления.

На рисунке 1 показано, как изменяется значение функций потерь в процессе оптимизации, что подтверждает успешную сходимость обучающей процедуры и баланс между компонентами ошибки.

### Эксперименты и результаты

Эффективность разработанной гибридной модели оценивалась в задаче управления системой с нелиней-

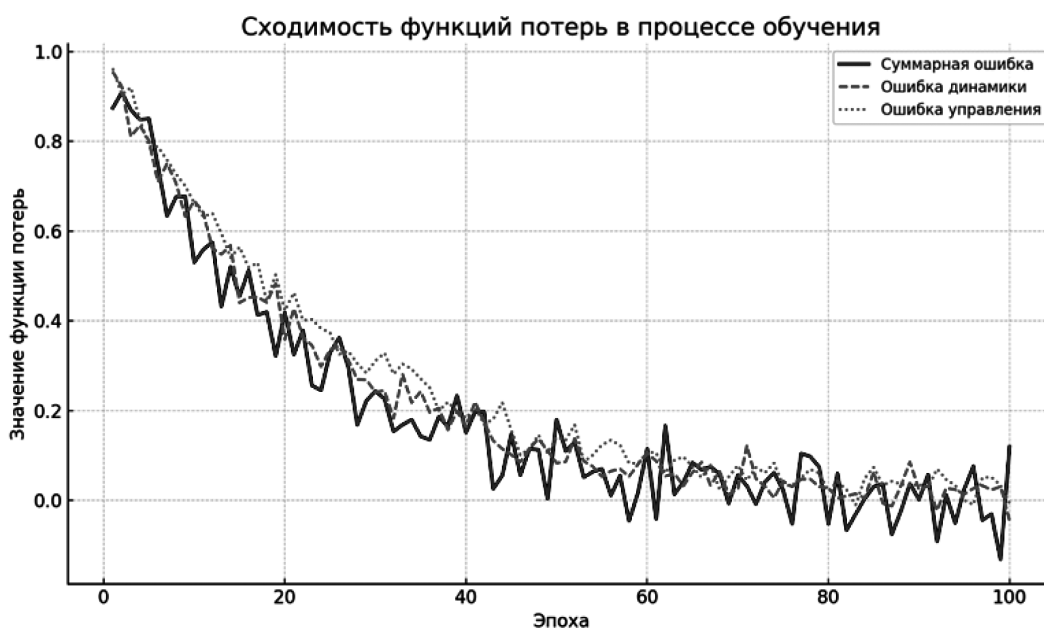


Рис. 1. Динамика уменьшения ошибок предсказания и управления на этапе обучения

ной стохастической динамикой. В фокусе анализа находились три аспекта: точность предсказания состояния, способность реагировать на изменение режима и качество сформированного управляющего воздействия. Все эксперименты проводились в условиях симулируемой среды с переменной структурой динамики.

Первоначально исследовалась точность восстановления последовательности состояний по известным управляющим воздействиям. В качестве метрик использовались среднеквадратичная ошибка (MSE), средняя абсолютная ошибка (MAE) и коэффициент детерминации ( $R^2$ ). Для каждой модели вычислялись значения:

$$MSE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |x_t - \hat{x}_t|^2 \quad MAE = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |x_t - \hat{x}_t|, \quad (8)$$

где  $x_t$  — истинное состояние,  $\hat{x}_t$  — предсказанное моделью. Коэффициент детерминации рассчитывался стандартно как:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum_t |x_t - \hat{x}_t|^2}{\sum_t |x_t - \bar{x}|^2} \quad (9)$$

Результаты представлены в таблице 2.

Таблица 2.

Сравнение точности предсказания состояния

Модель	MSE	MAE	R2
LSTM	0.043	0.165	0.87
LQR	0.036	0.141	0.89
Гибридная модель	0.021	0.104	0.94

В дополнение к числовым значениям метрик на таблице 2, на рисунке 2 показана динамика изменения ко-

эффициента детерминации  $R^2$  в процессе обучения гибридной модели. График отражает устойчивое улучшение объясняющей способности по мере оптимизации параметров, приближаясь к значению 0.94.

Предложенная архитектура позволила значительно снизить ошибку предсказания: по сравнению с LSTM модель показала улучшение на 51 %, при этом обеспечив более высокую объясняющую способность в терминах  $R^2$ .

Следующий этап анализа касался поведения модели в нестабильных сценариях — при изменении характеристик среды и структуры управляющего воздействия. Рассматривались три типа переходов: плавный, скачкообразный и стохастический дрейф. Величина максимального отклонения от реальной траектории измерялась по формуле:

$$\delta_{\max} = \max_t |x_t - \hat{x}_t| \quad (10)$$

Результаты представлены в таблице 3.

Таблица 3.

Максимальные отклонения в условиях разных режимов

Тип перехода	LSTM	Гибридная модель
Плавный	0.29	0.17
Скачкообразный	0.44	0.23
Стохастический дрейф	0.61	0.31

Гибридная модель успешно компенсировала последствия нестабильности, демонстрируя более чем двукратное снижение максимального отклонения в условиях стохастического дрейфа.



Рис. 2. Повышение коэффициента детерминации  $R^2$  в процессе обучения модели

Завершающий аспект анализа касался эффективности сформированных управляющих воздействий. Критериями служили отклонение от целевого состояния на финальном шаге и энергозатраты на управление. Целевое отклонение определялось как:

$$\varepsilon_T = |x_T - x^*|, \quad (11)$$

а общая стоимость управления — как сумма квадратов норм:

$$\sum_{t=1}^T |u_t|^2. \quad (12)$$

Дополнительно рассчитывалось среднее значение управления, описывающее его «интенсивность»:

$$U_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |u_t|^2}. \quad (13)$$

Итоги представлены в таблице 4.

Таблица 4.

Точность достижения цели, энергозатраты и интенсивность управления

Модель	$\varepsilon_T$	$\sum  u_t ^2$	$U_{\text{ср}}$
LQR	0.089	4.72	0.39
LSTM (жадный)	0.134	5.87	0.48
Гибридная модель	0.061	4.18	0.32

Гибридная модель позволила достичь цели точнее и экономичнее: при меньших затратах на управление наблюдалось минимальное отклонение от целевого состояния. Это свидетельствует о более рациональной траекторной стратегии.

Для агрегированной количественной оценки выигрыша была использована формула относительного улучшения по среднеквадратичной ошибке:

$$\Delta_{\text{MSE}} = \frac{\text{MSE}_{\text{base}} - \text{MSE}_{\text{hybrid}}}{\text{MSE}_{\text{base}}} \cdot 100\%. \quad (14)$$

Наиболее ярко эффект проявился при скачкообразных режимах, где  $\Delta_{\text{MSE}}$  превысил 47 %. В среднем по всем сценариям значение составляло от 41 % до 57 %, что подчёркивает эффективность рассматриваемой архитектуры в сравнении с альтернативами.

### Заключение

В работе предложен подход к управлению динамическими системами, сочетающий обучаемые нейросетевые модели и принципы оптимального управления. Вместо того чтобы полагаться исключительно на эмпирику или строгое моделирование, архитектура использует их сочетание, что позволяет точно предсказывать поведение системы и одновременно формировать эффективные управляющие воздействия.

Численные эксперименты показали, что гибридная модель обеспечивает не только улучшение предсказания по сравнению с базовыми методами, но и формирует более экономичное и согласованное управление. Особенно заметным это становится при смене режимов или в условиях ограниченной информации.

Важно, что такой подход открывает возможность для адаптивного регулирования в реальных системах — от техники до логистики — где решения нужно принимать быстро, а поведение объекта может меняться со временем. В дальнейшем можно развивать модель, включая вероятностные механизмы и учитывать риски, что особенно актуально для задач с высокой чувствительностью к ошибке.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Бровкова М.Б. Системы искусственного интеллекта в машиностроении: Учеб.пособие / М.Б. Бровкова. — Саратов: Сарат. гос. техн. ун-т, 2004. — 119 с.
2. Каллан Робертс. Основные концепции нейронных сетей / Каллан Робертс — М.: Издательский дом «Вильямс», 2001. — 287 с.
3. Колесников А.В. Гибридные интеллектуальные системы. Технология разработки / А.В. Колесников — СПб.: Изд-во СПбГТУ, 2001. — 711 с.
4. Нейрокомпьютеры и их применение: в 18 кн. / под общей ред. А.И. Галушкина, Я.З. Цыпкина. — М.: ИПРЖР, 2001. — Кн.5: Нейронные сети: история развития теории: Учеб.пособие для вузов. — 840 с.
5. Пупков К.А. Интеллектуальные системы / К.А. Пупков, В.Г. Коньков — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. — 348 с.
6. Уоссермен Ф. Нейрокомпьютерная техника: Теория и практика: пер. с англ. / Ф. Уоссермен. — М.: Мир., 1992. — 118 с.

© Новиков Кирилл Сергеевич (kirill1novikov1@gmail.com); Юрков Николай Кондратьевич (yurkov\_NK@mail.ru);

Кошелев Никита Дмитриевич (koshlensky@gmail.com)

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»