DOI 10.37882/2223–2974.2021.12.16

ОСОБЕННОСТИ ЭКОНОМЕТРИЧЕСКОГО МЕТОДА ПОСТРОЕНИЯ ОПЕРАТОРА СИСТЕМЫ «ВХОД-ВЫХОД» ЦЕПИ ПОСТАВОК

SPECIFICITIES OF THE ECONOMETRIC METOD OF BUILDING SUPPLY CHAIN «INPUT-OUTPUT» SYSTEM OPERATOR

A. Klepikov

Summary. Matters of building of the input/output ratio operator (operator form equation) of the supply chains or economic process in conception of process approach in logistics management or economic process management are examined in this article.

Inevitable appearance of heuristics during the solving of that problem with econometrical study methods (building of imitational model of the operator as-is) is explained.

Hypothesis of not needing of the Laplace operator (Laplace integral) applying to continuous transfer function of the economic (logistical) process and Laplace or Furier discrete transform and further Z-transform applying to input samples of discrete economical (logistical) process are proposed on the basis of the physical meaning of the Laplace operator (integral) and differences between transfer functions of economical and technical (physical) systems.

Keywords: transfer function, economic system, discrete system, Laplace inegral, Laplace transform, Z-transform, econometric study, operator, discrete mathematics methods, factor analysis, dummy variables, digital filtering.

Клепиков Андрей Анатольевич
Соискатель, Доцент, Санкт-Петербургский государственный университет гражданской авиации; Санкт-Петербургский государственный университет аэрокосмического приборостроения
13_airlines@mail.ru

Аннотация. В данной статье рассматриваются вопросы построения оператора (уравнения в операторной форме) соотношения вход/выход цепи поставок или экономического процесса в концепции процессного подхода в логистическом менеджменте или управлении экономическими процессами.

Объясняется неизбежное появление эвристик при решении указанной задачи методами эконометрического исследования (построении имитационной модели оператора как есть (as-is)).

На основании физического смысла оператора (интеграла) Лапласа и различий передаточных функций экономических и технических (физических) систем предлагаются гипотезы отсутствия необходимости применения оператора Лапласа (интеграла Лапласа) в отношении непрерывной передаточной функции экономического (логистического) процесса, а также дискретных преобразований Лапласа или Фурье и последующего Z-преобразования к входным отсчетам дискретного экономического (логистического) процесса, каковым он является изначально.

Ключевые слова: передаточная функция, экономическая система, дискретная система, интеграл Лапласа, дискретное преобразование Лапласа, Z-преобразование, эконометрическое исследование, оператор, методы дискретной математики, факторный анализ, фиктивные переменные, цифровая фильтрация.

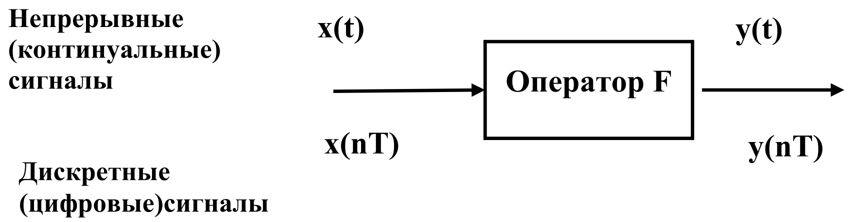
В процессно–ориентированных задачах логистического менеджмента формулируемых в общепринятых «трехбуквенных» концепциях управления (например, ERP — Enterprise Resource Planning — управление ресурсами), основанных на базовых принципах 7П/7R требуется построение передаточных функций процессов. [2;3]

Аналогично формализуются задачи процессно-ориентированного управления в экономических системах.

Модель экономического (логистического) процесса синтезируется с использованием методов системного анализа: декомпозиция (выделение процесса), анализ, структурно-функциональное моделирование, алгоритмизация, параметрическое моделирование.

Процесс в данном случае представляется в виде «черного ящика», который формирует соотношение между входными данными и выходными преобразованными данными.

Таблица 1. Математическое описание непрерывных и дискретных систем



Непрерывные процессы	Дискретные процессы.
Дифференциальные и интегральные уравнения	Разностные уравнения
Операторный метод	z- преобразование
Интеграл Дюамеля	Импульсная характеристика свертка,
Спектральный (частотный) анализ	Цифровая фильтрация, цифровой спектральный анализ
Преобразование Лапласа	Дискретное преобразование Лапласа
Преобразование Фурье	Дискретное преобразование Фурье
Производная	Конечная разность

Взаимосвязь входных и выходных данных (в технике или физике сигналов) — это оператор, соединяющий вход-выход «черного ящика»:

$$Y = F\{X\}$$

где X; Y — векторы, элементами которого являются воздействия (входные параметры) и выходные данные — реакции (функции времени в технике), F — оператор, определяющий математическое преобразование (линейное, нелинейное, алгебраическое, дифференциальное и т.д.). [3]

В непрерывных процессах согласно теории систем автоматического управления и регулирования используются как линейные, так и нелинейные алгоритмы управления. [6].

Общий вид алгоритма управления:

$$u(t) = F(x; g; f)$$

$u(t)$ — управляющее воздействие (алгоритм управления);

F — некоторая функция (как правило нелинейная, но линеаризированная) от x ошибки задающего воздействия g и возмущающего воздействия f, производных и интегралов по времени.

Обычно она задается таким образом:

$$u(t) = F_1(x) + F_2(f) + F_3(g)$$

$F_1(x)$ — управление по отклонению;

$F_2(f); F_3(g)$ — управление по внешнему воздействиям (задающему и возмущающему), которое применяется в комбинированных системах.

Таким образом, линейный алгоритм управления с функциями управляющего воздействия (u(t)), функции ошибки (отклонения) (x(t) в линеаризированной форме выглядит так:

$$u(t) = k_1 x + k_2 \dot{x} + k_3 \ddot{x} + \ldots + k_4 \int x dt + k_5 \iint x\, dt^2 + \ldots$$

Линейные алгоритмы управления: пропорциональное управление, управление по производным, интегрально управление, изодромное управление (пропорциональное управление с переходом к интегральному).

Вид управления по производным в экономике иногда реализуется по коэффициенту эластичности (масштабируемая производная при интервальных измерениях)[4]:

$$Э = f^{'}(x)\frac{x}{y}$$

Общий вид нелинейного алгоритма [6]:

$$F_1(u; du/dt; \ldots) = F_2\,(x; dx/dt\,; \ldots; u; f; g)$$

Общей теории нелинейных алгоритмов нет. Опыт применения частных видов указанных алгоритмов говорит об их эффективности, что определяет актуальность их теоретического изучения.

Нелинейные алгоритмы управления: функциональные; логические; оптимизирующие; параметрические.

В линейных дискретных системах линейный оператор F имеет две универсальные формы представления: свертку; линейное разностное преобразование. Основной характеристикой линейной дискретной системы во временной области является импульсная характеристика. [3].

Передаточная функция непрерывной разомкнутой системы, как правило, приводится в следующем виде [6]:

$$W(p) = \frac{Y(p)}{X(p)}$$

$Y(p)$ — реакция системы (изображение по Лапласу выходной функции);

$X(p)$ — воздействие (изображение по Лапласу входной функции)

$p = у + j щ$ — комплексная величина, причины применения которой как правило не раскрываются.

На самом деле p — это оператор Лапласа, который связывает линейные (во временной области) и угловые (в частотной области) характеристики системы, для решения задачи исследования ее устойчивости [5].

Данный оператор имеет конкретный физический смысл появляется в интеграле (преобразовании) Лапласа [5]:

$$F = \int_0^\infty e^{-pt} f(t) dt$$

Который, в соответствии со своим физическим смыслом преобразует оригинал функции, в ее изображение в «виртуальной» комплексной плоскости (чисто абстрактное математическое преобразование — прием исследования системы).

Иными словами: физический смысл оператора Лапласа $p = у + j щ$ состоит в том, что устойчивость физических систем анализируется сопоставлением динамики параметра $у$ с динамикой частоты $щ$ в комплексной плоскости. В экономических системах в такой модели необходимости нет.

Применение дискретных преобразований Лапласа или Фурье в дискретных системах — это методы цифровой обработки сигналов, когда непрерывный аналоговый сигнал, для преобразования в цифровой сначала дискретизируется с потерями информации, а потом квантуется с погрешностями квантования для кодирования в двоичное число с фиксированной или плавающей точкой.

Первая операция выполняется с ограничениями теоремы Котельникова (частоты Найквиста, теоремы отсчетов), а вторая порождает «шумы квантования». Аппроксимация дискретизированных кусочков непрерывного сигнала осуществляется до экспонент в преобразовании Лапласа или тригонометрических функций в преобразованиях Фурье.

Преобразование Лапласа является обобщением преобразования Фурье, при этом исследование исходного сигнала производится не только на мнимой оси jω, но и во всей комплексной плоскости p=σ+jω, что позволяет получить больше необходимой информации.

В случае дискретных сигналов прямое дискретное преобразование Лапласа (ДПЛ) представляет собой преобразование решетчатой функции x(nT) вида в набор экспонент:

$$X(p) = \sum_{n=0}^{\infty} x(nT) e^{-pnT}$$

Особенностью ДПЛ является то, что p- изображения состоят из функций $e^{-pT,}$ которые являются периодическими вдоль мнимой оси p — плоскости с периодом $2\pi/T$. Изображения $X(p)$ полностью определяются в любой полосе p-плоскости, параллельной действительной оси и имеющей ширину $2\pi/T$.

Обычно из множества полос выбирается одна симметричная действительной оси и имеющая ширину $2\pi/T(-р/T < щ \leq р/T)$, которая называется основной, однако, в силу часто повторяющейся функции $e^{jщT}$ в выражениях $X(p)$ выполнение алгебраических действий над ДПЛ не всегда удобно и одним из путей преодоления этого неудобства является введение дискретного z-преобразования, которое позволяет периодически повторяющиеся частоты свести в единичный круг.

Процессы логистических и экономических систем изначально дискретны с нормированием времени периодом событий.

В логистике — это партии товаров или иных материальных ценностей, отправляемых партиями в контейнерах, различных видах маркированной тары, различными единицами транспорта с различными провозными емкостями. Товары прибывают на терминалы с различными технологиями обработки, хранения и маршрутизации грузов.

В соответствии с различными логистическими концепциями управления материальными и иными потоками (например, концепцией цепей поставок), в логистике дискретные отправки в имитационных моделях преобразовывались с погрешностями в непрерывные потоки (материальные, информационные, стоимостные и т.д.). В дальнейшем полученные статистическими методами модели потоков математически отождествлялись с непрерывными потоками, например, в физике или технике. Оператор F в указанных алгоритмах аналитически строился похожим на модели гидравлики, электромагнитных процессов и т.д.

В экономике процессы так же дискретны: платежные поручения (транзакции), группирование первичных документов за период, бухгалтерская и финансовая отчетность, отчетность за период, табличные базы данных информационных систем маркетинга (например, фиксация спроса по транзакциям).

При построении имитационных моделей, т.е. моделей процессов «as-is» («как есть») дискретные процессы заменяются непрерывными с использованием известных методов эконометрики и применением различных шкал экономических измерений. Вариация переменных, измеренных на номинальной шкале, как правило, ниже вариации переменных, измеренных на интервальной шкале.

Указанные эконометрические методы сложны, модели, построенные на их основании, содержат методические ошибки, т.к. часто неопределенности разрешаются за счет эвристик, а не анализа данных.

Эконометрическое исследование начинается с табличного построения выборки и группирования дискретных данных по выбранному признаку (в технологиях больших данных — элемент метаданных).

Далее дискретные данные в координатах зависимой (результирующего признака) и независимой переменных (фактора) соединяются ломаной линией, которая сглаживается по методам наименьших квадратов или скользящей средней.

Из всего круга факторов, влияющих на результативный признак, выделяются наиболее существенные. Выбор факторов — эвристический метод, который в цифровых технологиях заменяется анализом данных.

В зависимости от количества факторов, включенных в уравнение регрессии применяется парная (простая), либо множественная регрессия, т.е. осуществляется регрессионный анализ.

Парная регрессия — уравнение связи независимой X и зависимой У величин. Множественная регрессия — уравнение связи зависимой переменной У (результативный признак) с множеством независимых величин X (факторов).

Парная регрессия достаточна, если имеется доминирующий фактор, который используется в качестве объясняющей переменной. Остальные факторы предполагаются неизменными, но в дальнейшем исследовании, в зависимости от его результатов, факторы могут учитываться в модели, как варьируемые, что обусловит переход к множественной регрессии.

Дисперсионный анализ используется для выявления влияния на изучаемый показатель факторов, часто не поддающихся количественному измерению, т.е. сопоставление дисперсий распределений двух переменных с предложением гипотезы об их связи.

Корреляционный анализ — изучение характеристик взаимозависимости двух случайных величин. (продолжение дисперсионного анализа)

Установление связи между переменными — начало эконометрического исследования. В уравнении регрессии корреляционная связь признаков представляется в виде функциональной связи, выраженной математической функцией. которая используется в качестве оператора F системы «вход-выход».

В отношении полученной после сглаживания зависимости результативного признака от факторов выполняются операции аппроксимации, идентификации и спецификации. В литературе указанные операции описываются вне взаимосвязи, хотя, по — сути, они часть одного исследования, но различны по своей иерархии в нем.

Сначала полученная линия аппроксимируется до известных функций, затем она идентифицируется, т.е. определяется как алгоритм в отношении изучаемого процесса. Спецификация — более широкое понятие, включающее заключительное параметрическое описание регрессии и принятие ее в качестве модели.

Спецификация (окончательный выбор и параметрическое описание математической функции $\widehat{y_x} = f(x)$) парной регрессии) может быть осуществлена тремя способами: графическим, аналитическим, экспериментальным.

Таким образом, парная регрессия:

$$y_j = \widehat{y_{x_j}} + \mathrm{e}_j$$

y_j — фактическое значение результативного признака;

$\hat{y}_{x_j}$ – теоретическое значение результативного признака;

e_j — случайная величина (возмущение), характеризующая отклонение реального значения от расчетного по уравнению регрессии. Включает влияние неучтенных в модели факторов, случайных ошибок и особенностей измерения переменных. Присутствие e в модели определяется: спецификацией модели (неправильный выбор математической функции при аппроксимации — наиболее критичен), ошибками выборки исходных данных, особенностями измерения переменных.

При инструментальной обработке информации на компьютере выбор вида уравнения регрессии обычно осуществляется экспериментальным методом, путем сравнения величины остаточной дисперсии:

$$D_{\text{ост}} = \frac{1}{n}\sum (y - \widehat{y_x})^2$$

Окончательное оценивание параметров регрессии основано на методе наименьших квадратов (т.е. реализуется численный итерационный метод).

Уравнение регрессии всегда дополняется показателем тесноты связи — линейным коэффициентом корреляции, разных модификаций, например:

$$r_{xy} = b\frac{\text{у}_x}{\text{у}_y} = \frac{cov(x,y)}{\text{у}_x\,\text{у}_y} = \frac{\overline{yx} - \overline{y \cdot x}}{\text{у}_x \text{у}_y}$$

Указанный коэффициент находится в интервале:

$$-1 \le r_{xy} \le 1$$

В зависимости от знака коэффициента регрессии b интервал сдвигается:

$$b > 0\,; 0 \le r_{xy} \le 1$$

$$b < 0;\ -1 \le r_{xy} \le 0$$

Линейный коэффициент корреляции оценивает тесноту связи признаков в линейной регрессии, но при нулевом значении необходимо корректировать спецификацию, а не оценивать связь как слабую.

Для оценки качества подбора линейной функции регрессии рассчитывается квадрат линейного коэффициента корреляции r^2_{xy}, который называется коэффициент детерминации:

$$r^2_{yx} = \frac{\text{у}^2_{y\ \text{объясн}}}{\text{у}^2_{y\ \text{общ}}}$$

Коэффициент детерминации характеризует долю дисперсии результативного признака y объясняемую регрессией, в общей дисперсии результативного признака.

Оценка существенности параметров линейной регрессии и корреляции (оценка значимости уравнения регрессии в целом) дается с помощью F-критерия Фишера, расчету которого предшествует анализ дисперсии.

Центральное место в указанном анализе занимает разложение общей суммы квадратов отклонений переменной y от среднего значения $\overline{y}$ на две части — «объясненную» и «необъясненную».[4]

$$\sum (y - \overline{y})^2 = \underbrace{\sum (\widehat{y_x} - \overline{y})^2}_{\text{Сумма квадратов отклонений объясненная регрессией}} + \underbrace{\sum (y - \widehat{y_x})^2}_{\text{Остаточная сумма квадратов отклонений}}$$

Если сумма квадратов отклонений, обусловленная объясненной регрессией больше остаточной суммы квадратов, то уравнение регрессии статистически значимо и фактор x оказывает существенное влияние на результат y.

Множественная регрессия, строится как правило следующими методами: метод исключения (отсев факторов); метод включения (дополнительное включение фактора); шаговый регрессионный анализ. При этом, матрица парных коэффициентов корреляции не играет главной роли в отборе факторов, из-за взаимодействия факторов.

Оценка параметров множественной регрессии также осуществляется методом наименьших квадратов (МНК), применяются частные уравнения регрессии (аналог частных производных). Показателя частной корреляции применяются для отсева факторов, при этом, строится матрица частных коэффициентов корреляции.

Для оценки влияния на результирующий признак качественных факторов вводятся фиктивные переменные, но метод субъективен из-за избытка эвристик.

Нелинейные зависимости в экономических процессах выражаются посредством соответствующих нелинейных функций двух классов:

- регрессии, нелинейные относительно включенных в анализ объясняющих переменных, но линейные по оцениваемым параметрам (полиномы разных степеней, равносторонняя гипербола);

- регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам (степенная, показательная, экспоненциальная).

Оценка параметров нелинейной по включенным переменным регрессии также осуществляется методом наименьших квадратов, т.к. эти функции линейны по параметрам [4].

Регрессии, нелинейные по оцениваемым параметрам подразделяются на два типа: нелинейные модели внутренне линейные и внутренне нелинейные.

В исследованиях по регрессионному анализу нелинейными считают модели внутренне нелинейные, а все другие линеаризуются.

Особенности регрессий в различном математическом выражении следующие.

Полином любого порядка сводится к линейной регрессии с ее методами оценивания параметров и проверки гипотез. Ограничения в использовании полиномов более высоких степеней связаны с требованиями однородности исследуемой совокупности: чем выше порядок полинома, тем больше изгибов имеет кривая и, соответственно, менее однородна совокупность по результативному признаку. [4]

Парабола второго порядка целесообразна к применению, если для определенного интервала значений фактора меняется характер связи рассматриваемых признаков: прямая на обратную или наоборот. Если направленность связи не меняется, то параметры параболы второго порядка становятся трудно интерпретируемыми, а форма связи заменяется другими нелинейными элементами.[4]

Вывод. Модель оператора F, построенная эконометрическими методами — это система линейных функций эндогенных переменных от экзогенных.

Структурная модель содержит структурные коэффициенты модели и представляет собой систему совместных одновременных уравнений.

При построении оператора F непрерывной системы эконометрическими методами присутствует избыточное количество эвристик. Помимо ошибок измерений, спецификации, выборки, аппроксимации присутствуют ошибки идентификации при переходе от приведенной формы модели к структурной.

Все ошибки эконометрического метода построения оператора возникают при преобразовании дискретных данных экономической системы в непрерывные функции. В методах анализа дискретных систем такого преобразования нет.

Рассмотрим описание дискретной экономической системы относительно переменных «вход-выход», построением передаточной функции экономической системы, которая обычно приводится в литературе.

Начинают, как правило, с описания процесса дискретизации [1], что по отношению к дискретному процессу с нормированным временем не очень понятно:

$$f^*(t) = f(t)\text{ф}\sum_{n=0}^{\infty}\text{д}(t-n\text{ф}) = \sum_{n=0}^{\infty} f(n\text{ф})\text{фд}(t-n\text{ф})$$

где $f^*(t)$ — функция, описывающая дискретный сигнал в моменты времени $n(\phi)$;
ϕ — период дискретности.

Далее, поскольку д — функция определена во всей временной оси, к функции $f^*(t)$ применяют преобразование Лапласа:

$$F^*(p) = \int_0^{\infty} e^{-pt} f^*(t)dt =$$
$$= \int_0^{\infty}\{\sum_{n=0}^{\infty} f(n\text{ф})\text{фд}(t-n\text{ф})\, e^{-pt}\}dt$$
$$= \sum_{n=0}^{\infty} f(n\text{ф})e^{-pn\text{ф}}$$

Данное выражение является записью дискретного преобразования Лапласа. Осуществляют z-преобразование, заменяя экспоненту $e^{p\phi}$ на переменную z и приводят разностное уравнение экономической системы:

$$A_k x((n+k)\text{ф}) + A_{k-1}((n+k-1)\text{ф}) + \ldots +$$
$$= B_m f((n+m)\text{ф} + B_m f((n+m)\text{ф} + \ldots + B_0 f(n\text{ф})$$

Где $m \le k$ — количество отсчетов.

Проведя z-преобразование с помощью теоремы о смещении независимого аргумента на целое число периодов при нулевых начальных условиях, получают разностное уравнение в Z-области:

$$(A_k z^k + A_{k-1} z^{k-1} + \ldots + A_0)X(z) =$$
$$= (B_m z^m + B_{m-1} z^{m-1} + \ldots + B_0)F(z)$$

где $(A_k z^k + A_{k-1} z^{k-1} + \ldots + A_0)X(z)$ — выход;
$(B_m z^m + B_{m-1} z^{m-1} + \ldots + B_0)F(z)$ — вход

С помощью теоремы о свертке получают выражение, содержащее передаточную функцию дискретной системы:

$$X(z) = W(z)F(z)$$

Откуда:

$$W(z) = \frac{X(z)}{Y(z)} = \frac{(B_m z^m + B_{m-1} z^{m-1} + \ldots + B_0)}{A_k z^k + A_{k-1} z^{k-1} + \ldots + A_0}$$

Определяют вещественный модуль передаточной функции:

$$modW(z) = \sqrt{[Re\,W(z)]^2 + [Im\,W(z)]^2}$$

$[Re\,W(z)]^2$ — вещественная часть передаточной функции;

$[Im\,W(z)]^2$ — мнимая часть передаточной функции

В приведенных рассуждениях построения дискретной передаточной функции остается непонятным процесс дискретизации дискретного процесса, в котором время уже нормировано. Непонятен смысл применения преобразования Лапласа и последующий переход в z-область.

Учитывая указанные неточности, предлагается от разностного уравнения переходить к передаточной функции, сохраняя их связь, т.е. разностному уравнению:

$$y(nT) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x[(n-i)T] - \sum_{k=1}^{M-1} a_k\, y[(n-k)T]$$

Которому, соответствует дробно-рациональная передаточная функция общего вида:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=o}^{N-1} b_i\, x[(n-i)T]}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k\, y[(n-k)T]}$$

где $b_i; a_k$- параметры ЛДС (вещественные коэффициенты);

$(M-1) \geq (N-1)$ определяет рекурсивную ЛДС порядка $(M-1)$.

Последующий факторный анализ передаточной функции экономической системы предлагается осуществить модифицированными методами цифровой фильтрации.

ЛИТЕРАТУРА

1. Системный анализ в управлении. / Под ред. Емельянова А.А. М.: Инфра — М. 2002.
2. Автоматизация бизнес-процессов в логистике. / Щербаков В.В., Мерзляк А.В., Коскур-Оглы Б.О.: Питер — 2016.
3. Цифровая обработка сигналов в зеркале MATLAB/ Солонина А.И «БХВ-Петербург». 2018.
4. Эконометрика / Под ред. Елисеевой И.И. 2002.
5. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и Z-преобразования. / Деч Г. Издательство «Наука» М. 1971.
6. Теория систем автоматического управления / В.А. Бесекерский, Е.П. Попов. / Изд. Профессия — Санкт-Петербург/ 2007.

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»