DOI 10.37882/2223-2966.2023.08.10

ДИНАМИКА ЧИСЕЛ ВОЛЬФА И СТРУКТУРНЫЕ ФУНКЦИИ КОЛМОГОРОВА

DYNAMICS OF WOLF NUMBERS AND STRUCTURAL FUNCTIONS OF KOLMOGOROV

A. Vysotskaya
E. Pronina

Summary. One of the features of the Sun is almost-periodic, regular changes in various manifestations of solar activity. The most well-known phenomenon is sunspots, areas with a strong magnetic field and low temperature, the number of which is determined by Wolf numbers. The study of solar activity and the prediction of its changes are of great interest for various fields of knowledge, for example, for describing the future, current and past state of the atmosphere. Kolmogorov's structural functions make it possible to identify the periodic components of the process, which makes it possible to make effective systemic forecasts.
The article is devoted to the analysis of the features of Kolmogorov's structural functions. The apparatus of structural functions is a tool for studying random processes with stationary increments.
On the example of the dynamics of Wolf numbers, it is shown that two qualitatively different ranges are distinguished in the structure functions. In the first, the scale dependence of the structure function follows a power law. Here the self-similarity property is realized. Oscillating components are observed in the second range. In this case, the boundaries of self-similarity are interconnected with the position of local minima of the structural function, by which almost-periods of oscillations are determined. Therefore, to reveal hidden periodicities, all features of structural functions turn out to be significant: the boundaries of scale invariance ranges, points of phase change, maxima and minima.

Keywords: processes with stationary increments, structural function, scaling, almost-period, Wolf's numbers.

Высоцкая Анна Аркадьевна
Ассистент, Российский технологический университет МИРЭА, г. Москва,
anVysa@mail.ru
Пронина Елена Николаевна
Канд. Экон. Наук, доцент, Российский технологический университет МИРЭА, г. Москва,
pvi173@rambler.ru

Аннотация. Одной из особенностей Солнца являются почти-периодические, регулярные изменения различных проявлений солнечной активности. Наиболее известное явление — это солнечные пятна, области с сильным магнитным полем и пониженной температурой, количество которых определяется числами Вольфа. Изучение солнечной активности и предсказание ее изменения представляют большой интерес для различных областей знаний, например, для описания будущего, текущего и прошлого состояния атмосферы. Структурные функции Колмогорова позволяют выявить периодические составляющие процесса, что дает возможность делать эффективные системные прогнозы.
Статья посвящена анализу особенностей структурных функций Колмогорова. Аппарат структурных функций является инструментом исследования случайных процессов со стационарными приращениями.
На примере динамики чисел Вольфа показано, что в структурных функциях выделяются два качественно различающихся диапазона. В первом зависимость структурной функции от масштаба следует степенному закону. Здесь реализуется свойство автомодельности. Во втором диапазоне наблюдаются осциллирующие компоненты. При этом границы автомодельности взаимосвязаны с положением локальных минимумов структурной функции, по которым определяются почти-периоды колебаний. Поэтому для выявления скрытых периодичностей значимыми оказываются все особенности структурных функций: границы диапазонов масштабной инвариантности, точки изменения фаз, максимумы и минимумы.

Ключевые слова: случайные процессы со стационарными приращениями, структурные функции, автомодельность, почти-период, числа Вольфа.

Введение

В начале сороковых годов прошлого столетия А.Н. Колмогоровым было введено понятие случайного процесса со стационарными приращениями. Инструментом исследования подобных процессов стал аппарат структурных функций. В одном из наблюдаемых диапазонов турбулентного течения (инерционном диапазоне) теория Колмогорова предсказывает степенной закон зависимости структурной функции от масштаба, иначе говоря, свойство автомодельности структурной функции.

В настоящее время исследователи, применяющие аппарат структурных функций, работают в двух направлениях. Одни ориентированы на анализ колебательной составляющей структурных функций: по положению локальных минимумов возможно определить характерные для процесса почти-периоды. Другие изучают свойства автомодельности структурной функции, определяют границы диапазонов масштабной инвариантности, а также выявляют свойство расширенной масштабной инвариантности.

Представляет интерес объединить эти два направления, рассматривая в комплексе все особенности структурных функций, как связанные с автомодельностью, так и циклические составляющие. Этой цели и посвящается настоящая статья.

Структурные функции Колмогорова. Свойство автомодельности структурных функций

Основы структурного анализа были заложены в работах академика А.Н. Колмогорова. В начале 1940-х годов он ввел в рассмотрение случайные процессы со стационарными приращениями [7]. Понятие процесса со стационарными приращениями является обобщением понятия стационарного процесса. Очевидно, что любой стационарный случайный процесс является одновременно и процессом со стационарными приращениями. Однако существуют и нестационарные процессы со стационарными приращениями. Простейшие примеры процессов со стационарными приращениями — это линейные функции:

$$y(x) = c_1 x + c_0,$$

где c_0 и c_1 — постоянные.

В работах, посвященных исследованию турбулентности, в качестве основной статистической характеристики случайных процессов со стационарными приращениями Колмогоров предложил рассматривать второй момент, то есть математическое ожидание квадрата разности мгновенных значений скоростей, измеренных в соседних точках случайного поля скоростей [7, 8]:

$$S_y(\Delta x) = \boldsymbol{M}\left[\left(y(x_1) - y(x_2)\right)^2\right].$$

Медленные изменения скоростей будут мало сказываться на значениях их приращений:

$$\Delta y = y(x_1) - y(x_2).$$

При переходе от скоростей $y(x)$ к разностям $\Delta y(x)$ компоненты процесса с большими периодами подавляются, и приращения скоростей Δy оказываются стационарными, зависящими только от расстояния между точками Δx, в которых измеряются скорости. Случайную функцию $y(x)$ называют случайной функцией со стационарными первыми приращениями.

Для процессов со стационарными вторыми приращениями случайная функция $y(x)$ будет полиномом не выше второй степени [12]:

$$y(x) = c_2 x^2 + c_1 x + c_0.$$

Позднее для второго момента А.М. Обуховым был введен специальный термин структурная функция [10]. В результате структурные функции стали служить инструментом описания случайных процессов со стационарными приращениями.

Теория турбулентности А. Н. Колмогорова предсказывает степенной закон зависимости структурной функции от масштаба, который по порядку величины не превосходит расстояние между двумя точками рассматриваемых полей. В результате возникает класс структурных функций, следующих степенному закону:

$$S(\tau) = A\tau^{\gamma}, \qquad (1)$$

где A и γ — положительные параметры.

В таком случае график структурной функции в зависимости от величины приращения τ, построенный в логарифмическом масштабе, спрямляется:

$$\ln(S) = \ln(A) + \gamma \cdot \ln(\tau).$$

Степенные законы обладают тем свойством, что для них существует группа преобразований подобия. Преобразования масштаба времени $t \to t \cdot T$ и преобразование масштаба оси ординат $y \to y \cdot Y$ оставляют структурную функцию $S(\tau)$ неизменной:

$$\begin{aligned} S(\tau) &= \boldsymbol{M}\left[Y \cdot y(t \cdot T + \tau \cdot T) - Y \cdot y(t \cdot T)\right]^q = \\ &= Y^q \cdot \boldsymbol{M}\left[y(t \cdot T + \tau \cdot T) - y(t \cdot T)\right]^q = \\ &= Y^q \cdot S(\tau \cdot T) = Y^q \cdot A \cdot \tau^{\gamma} \cdot T^{\gamma} \end{aligned}$$

Масштабирование сигнала по оси абсцисс в T раз, а по оси ординат в $Y = T^{-\frac{\gamma}{q}}$ раз не изменяет структурную функцию $S(\tau)$.

Функции, обладающие подобными свойствами, называются автомодельными. Автомодельность означает масштабную инвариантность (подобие). Это особенность степенных законов. Смысл масштабной инвариантности выражается в особой симметрии системы, которая состоит в том, что изменение масштабов одних переменных может быть скомпенсировано преобразованием масштабов других переменных в одинаковое число раз. Свойство масштабной инвариантности можно выразить в виде постоянства относительной скорости изменения структурной функции:

$$\frac{\Delta S}{S} : \frac{\Delta t}{t} = \gamma = const.$$

Однако, автомодельный рост не может быть безграничным. Интервал τ, в пределах которого имеет место степенной закон изменения структурной функции, определяет ширину диапазона масштабной инвариантности. Автокорреляционная функция стационарного процесса, в отличие от структурной функции, не может быть автомодельной [10].

Дискретная трактовка структурной функции порядка q для временного ряда $X_1, X_2, \ldots, X_N$ приводит к выражению [13]:

$$S_q(\tau) = \frac{1}{N-\tau}\sum_{t=1}^{N-\tau}\left|\left(X_{t+\tau} - X_t\right)^q\right|,$$

где $X_{t+\tau}$ и X_t — отсчеты сигнала X в моменты времени $t+\tau$ и t;

N — количество отсчетов.

Структурная функция также важна для теории случайных процессов со стационарными приращениями, как и автокорреляционная функция для теории стационарных процессов. В случае эргодического стационарного процесса структурная и автокорреляционная функции оказываются взаимосвязаны, одна из них однозначно выражается через другую [12]. В результате для стационарного эргодического случайного процесса можно пользоваться как функцией автокорреляции, так и структурной функцией. В целом же, структурные функции имеют более широкую применимость, чем корреляционные.

Границы диапазонов масштабной инвариантности временных рядов чисел Вольфа

Одним из широко используемых показателей солнечной активности являются числа Вольфа (Рисунок 1). Динамику чисел Вольфа можно рассматривать как случайный процесс со стационарными приращениями [5], поэтому правомерным становится применение для их анализа аппарата структурных функций.

Построим структурные функции чисел Вольфа. На Рисунке 2 показано поведение структурных функций раз-

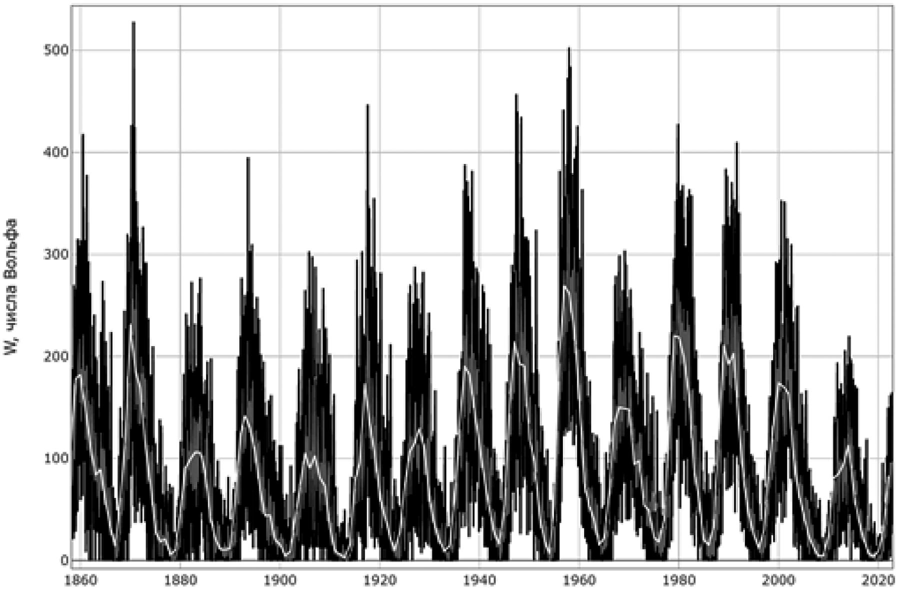

Рис. 1. Динамика чисел Вольфа: среднегодовые данные с 1700 г. по 2022 г.; среднемесячные данные с января 1749 г. по октябрь 2022 г.; ежедневные данные с 21 мая 1858 г. по 31 октября 2022 г.

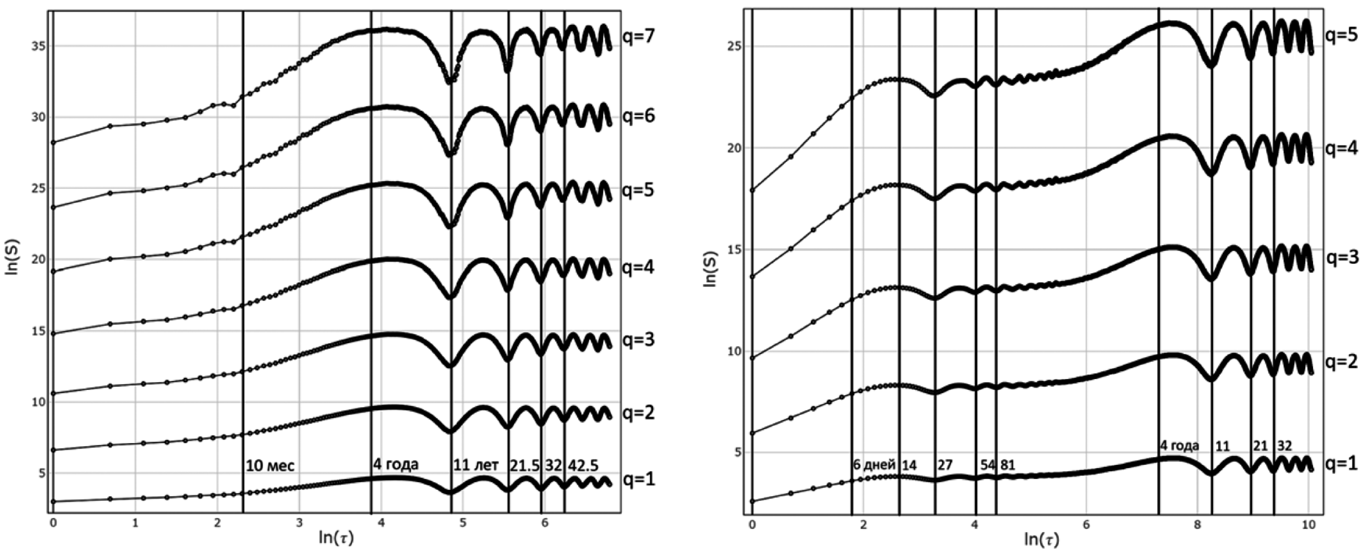

Рис. 2. Структурные функции: слева среднемесячные данные, справа ежедневные

личных порядков для среднемесячных и ежедневных данных, рассчитанных по формуле (2).

На графиках структурных функций среднемесячных данных Рисунка 2 выделяется граница диапазона инвариантности на малых масштабах, которая равняется 10 месяцам, на средних масштабах — около 4 лет.

Оценка длительностью 10 месяцев согласуется с результатами В.А. Перепелицы и Ф.Б. Тебуевой [11]. Авторы указанной работы применяют алгоритмы фрактального анализа, в частности, R/S-метод Херста. По их данным длительности циклических компонент, на которые разбивается фазовая траектория среднемесячных чисел Вольфа, колеблются от 4 до 10 месяцев [11]. Таким образом, десятимесячная граница диапазона масштабной инвариантности совпадает с одним из почти периодов, проявленных в динамике чисел Вольфа.

Согласно Рисунку 2, для ежедневных данных выделяется два интервала, где наблюдается степенной скейлинг структурных функций: на малых масштабах граница интервала соответствует 6 дням и на средних масштабах — 4 годам. Следующая за первой границей точка смены структуры приходится на 14 дней. Значения 6 и 14 дней были также получены в качестве периодических компонент ряда в работе С.С. Вениаминова [3]. Отметим также, что длительность 6 суток соответствует времени жизни средней группы пятен на Солнце, длительность 14 суток почти точно равняется времени жизни среднего факела на Солнце, а длительность 4 года соответствует средней длительности фазы роста количества пятен на Солнце для 11-летнего цикла [1].

Осциллирующие компоненты структурных функций. Определение скрытых периодичностей временных рядов чисел Вольфа

Структурные функции, построенные выше, содержат также колебательную составляющую (Рисунок 2). Для ежедневных данных положения минимумов приходятся на 27 дней, 54 дня, 81 день, 11 лет, 21 год, 32 года, 42 года. Следовательно, в ежедневной динамике чисел Вольфа присутствуют почти-периоды длительностью 27 дней и 11 лет.

При анализе плотности потока солнечного радиоизлучения на длине полны 10.7 см Вениаминов С.С. выделяет три наиболее стабильных периодические компоненты ряда, выраженные в сутках: 5.9–7.2, 14.1–16.3 и 26.8–28.3 [3]. Также 14-дневная и 27-дневная периодика получена в работе И.П. Безродных [2].

Аналогичные значения выявлены на структурных функциях для ежедневных данных на всех особенностях структурных функций, как на локальных минимумах, так на границах диапазонов масштабной инвариантности.

Для среднемесячных данных выделяются следующие положения минимумов: 10.7 лет, 21.5 год, 32 года, 42.5 года (Рисунок 2). Первые разности равняются: 10.8 лет, 10.5 лет, 10.5 лет. Следовательно, выявляется почти-период длительностью около 10.7 лет.

Структурные функции среднегодовых данных позволяют уверенно выделить только осциллирующие компоненты. Среди них: 11 лет, 22 года, 32 года, 43 года, 54 года (Рисунок 3). Первые разности — 10, 11 лет, что говорит о проявлении почти-периода около 11 лет.

Периодичности могут обнаружиться и там, где их на самом деле нет. Причиной псевдопериодичностей в случайных процессах может стать наличие в них автокорреляционных связей. Признаком реального присутствия почти-периодов в динамике солнечной активности является постоянное их проявление на различных интервалах исследуемых данных. Разбиения ряда на отдельные фрагменты и построение структурной функции для каждого из них показало, что характерные почти-периоды 27 дней и 11 лет проявляются все время наблюдения. 11-летний период еще называют циклом Швабе-Вольфа — это ярко выраженный цикл солнечной активности, который в среднем равен 11 годам. Выявляются также почти-периоды длительностью 10 и 12 лет. Это связано с тем, что цикл Швабе-Вольфа считается одиннадцатилетним условно, так как в XVIII-XX веках его длина менялась от 7 до 17 лет, а в XX веке в среднем была ближе к 10.5 годам. Одиннадцатилетней цикличностью обладают многие другие характеристики активных образований на Солнце: площадь пятен, частота и количество вспышек, количество протуберанцев [6]. Различными авторами 11-летний цикл был найден в ряде социальных показателей, например, в статистике уголовной преступности, в статистике психических заболеваний, включая суицидальное поведение, а также в частоте исследования военных конфликтов (индекс Уиллера). Выявлено близкое совпадение с фазой роста 11-летнего солнечного цикла важнейших эпохальных открытий в теоретической физике.

Независимое убедительное доказательство глобального характера влияния солнечной активности на медико-биологические явления появилось в 1930 году в связи с открытием А.Л. Чижевским 11-летней цикличности в динамике мировых эпидемий, в частности, холеры и гриппа.

Выявленный почти-период длительностью 27 дней, равный осевому вращению Солнца, проявляется во многих сферах деятельности. Например, российский врач М.В. Соколов и известный шведский ученый С. Аррениус нашли тенденцию к 27-дневной повторяемости в эпилептических припадках. Швейцарский врач К. Киндлиман обнаружил на многолетней статистике около

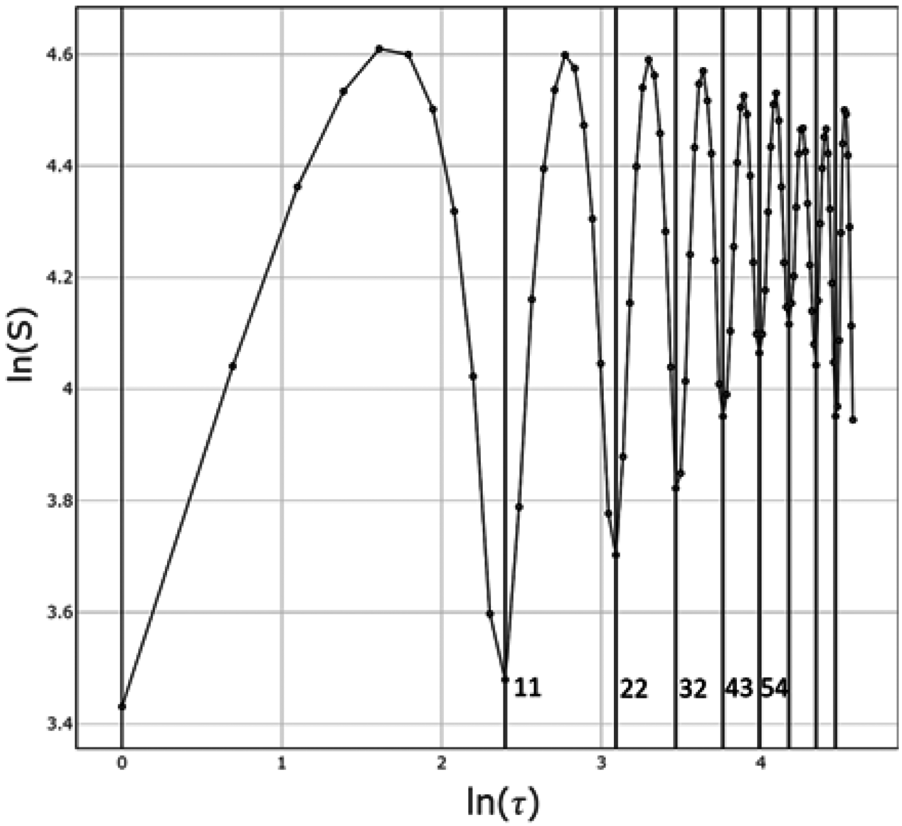

Рис. 3. Структурная функция первого порядка для среднегодовых данных

27-дневный период смертности от сердечно-сосудистых заболеваний: показатель смертности возрастает в дни, когда большие пятна пересекают центральный солнечный меридиан. Также им был отмечен и 11-летний цикл.

Угловая скорость Солнца убывает с удалением от экватора, именно поэтому период обращения Солнца на разных его поясах отличается, начиная с 26 дней, заканчивая 36 днями.

Одним из выдающихся открытий стало обнаружение совпадения дат революций в Европе с максимумами чисел Вольфа. Сообщение на эту тему первым опубликовал Д.О. Святский в 1917 году [4].

Выводы

В структурных функциях чисел Вольфа выделяются два качественно различающихся диапазона. В первом диапазоне масштабной инвариантности зависимость структурной функции от масштаба следует степенному закону. Здесь реализуется свойство автомодельности. Во втором диапазоне наблюдаются осциллирующие компоненты.

Положения границ масштабной инвариантности соответствуют 6 дням, 10 месяцам, 4 годам, смена восходящей и нисходящей фазы приходится на 14 дней. Полученные значения другими авторами устанавливаются как циклические характеристики солнечной активности.

Анализ колебательной составляющей структурных функций указывает на наличие в динамике солнечной активности почти-периодов длительностью 27 дней и 11 лет.

Границы автомодельности взаимосвязаны с почти-периодами.

Для выявления скрытых периодичностей значимыми оказываются все особенности структурных функций: границы диапазонов масштабной инвариантности, точки изменения фаз, максимумы и минимумы. Необходимо рассматривать эти особенности структурных функций в комплексе.

ЛИТЕРАТУРА

1. Аллен К.У. Астрофизические величины. — М.: МИР, 1977. — 272 с.
2. Безродных И.П. Динамика солнечной и геомагнитной активности. II Периодические вариации солнечной и геомагнитной активности. Вопросы электромеханики. / Безродных И.П., Морозова Е.И., Петрукович А.А., Кожухов М.В. // Труды ВНИИЭМ. 2019. Т. 171 № 4. С. 24–38.
3. Вениаминов С.С. Выявление скрытых структурных закономерностей в процессах и сигналах: от космических исследований до анализа трендов рынка. Науч. ред. Б.М. Шустов. Изд. 2-е, доп. — М.: ЛЕНАНД, 2017. — 216 с.
4. Владимирский Б.М. Космическая погода и биосфера: История исследований и современность. — М.: ЛЕНАНД, 2017. — 112 с.
5. Высоцкая А.А. Анализ случайных процессов со стационарными приращениями на примере чисел Вольфа // Международный журнал гуманитарных и естественных наук. — 2023, № 5, с. 29–34.
6. Ишков В.Н. Солнечная активность /В.Н. Ишков, Э. В. Кононович // Вселенная и мы. 1993. №1. С. 22–27.
7. Колмогоров А.Н. Локальная структура турбулентности в несжимаемой вязкой жидкости при очень больших числа Рейнольдса. — ДАН СССР, 1941, т. 30, 299–303 с.
8. Колмогоров А.Н. Рассеяние энергии при локально изотропной турбулентности. — ДАН СССР, 1941, т.32, № 1, с. 19–21.
9. Монин А.С., Яглом А.М. Статистическая гидромеханика. Часть 2. — М.: Наука, 1967. — 720 с.
10. Обухов А.М. Структура температурного поля в турбулентном потоке // Изв. АН СССР. Сер. геогр. и геофиз. 1949. Т. 13. № 1. С. 58–69.
11. Перепелица В.А., Тебуева Ф.Б. Методы нелинейной динамики в предпрогнозном анализе эволюции солнечной активности // Фундаментальные исследования. — 2006, № 12. — С. 103–104.
12. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Часть 1. Случайные процессы. — М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1976. — 484 с.
13. Сычёв В.Н. Оценка масштабов дальних корреляций по сигналам сейсмоакустической эмиссии приповерхностных осадочных пород на камчатке / Сычёв В.Н., Мищенко М.А., Имашев С.А., Чешев М.Е. // Вестник КРАУНЦ. Физ.-мат. науки. 2019. Т. 29. № 4. С. 190–200.