

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ТРАНСФОРМАТОРА ТОКА

MATHEMATICAL MODEL
OF THE CURRENT TRANSFORMER

V. Kuprienko

Summary. The analysis of the behavior of relay protection devices in transient regimes has the practical interest. It is advisable to conduct such an analysis through mathematical modeling using computer technology. Transitional regime, accompanied by saturated core of current transformers and errors exceeding the standard level, seems to be the most important. A significant distortion of the shape of the secondary current relative to the shape of the primary short-circuit current is observed in this mode. That, in turn, is the cause of disturbances in the operation of relay protection. The technique of modeling the current transformer in saturation mode (including — deep) is considered in the article.

Keywords: current transformer, error, saturated core, relay protection, mathematical modeling.

Куприенко Виктор Владимирович

К.т.н., доцент,

Оренбургский государственный университет

ogu15210@mail.ru

Аннотация. Анализ поведения устройств релейной защиты в переходных режимах представляет практический интерес. Целесообразно проводить такой анализ с помощью математического моделирования с использованием компьютерной техники. Наиболее важным представляется переходный режим, сопровождающийся насыщением трансформаторов тока и погрешностями, превышающими нормативный уровень. В этом режиме наблюдается значительное искажение формы вторичного тока относительно формы первичного тока короткого замыкания. Что, в свою очередь, является причиной нарушений в работе релейной защиты. В статье рассматривается методика моделирования трансформатора тока в режиме насыщения (в том числе — глубокого).

Ключевые слова: трансформатор тока, погрешность, насыщение, релейная защита, математическое моделирование.

При анализе поведения быстродействующей релейной защиты (РЗ) наибольший интерес представляют переходные режимы, сопровождающиеся насыщением трансформаторов тока (ТТ).

Известно несколько методов расчета режимов работы ТТ [1,2]. Применяются различные способы аппроксимации характеристики намагничивания сердечника ТТ [3,4]. Применение более сложной аппроксимации характеристики намагничивания, естественно, повышает точность расчета, но ведет к значительному его усложнению.

Проведенная оценка существующих методов по степени их соответствия требованиям инженерной практики позволяет взять за основу как наиболее простой и удобный метод расчета вторичного тока ТТ, основанный на замене реальной характеристики намагничивания сердечника прямоугольной безгистерезисной характеристикой [4]. Достоинства такой аппроксимации — предельное упрощение расчетов при сохранении приемлемой точности, наглядность интерпретации физических процессов [3]. Данный метод может широко использоваться прежде всего в случаях, когда ТТ работает в области насыщения, с большими величинами напряженности поля. Именно в таких случаях обычно и возникают проблемы в работе РЗ. На основе метода разработана упрощенная математическая модель для анализа работы устройств РЗ. Как отмечается в [4,6,7], практический интерес представляет прогнозирование

поведения устройств РЗ в переходных режимах на основе их математического описания и использования вычислительной техники.

В основу математического описания положена общепринятая модель одиночного ТТ и соответствующие ей допущения:

- ◆ доаварийное значение первичного тока равно нулю;
- ◆ все токи приведены к вторичной стороне стороны ТТ;
- ◆ ток короткого замыкания (КЗ) возникает в фазах одновременно;
- ◆ сопротивления нагрузки ТТ всех фаз одинаковы;
- ◆ первичный ток принят состоящим только из синусоидальной составляющей основной частоты и апериодической составляющей.

На участке идеальной трансформации потокосцепление (индукция) изменяются в конечных пределах: $\pm \psi_s$ ($\pm B_s$). При этом ток намагничивания (I_0) ТТ равен нулю, а вторичный ток (I_2) равен приведенному первичному (I_{12}). Мгновенное значение токов и э.д.с. могут быть описаны следующими уравнениями [5]:

$$\begin{cases} i_{02} = 0 \\ i_2 = i_{12} \\ e_2 = R_2 \cdot i_{12} + L_2 \frac{di_{12}}{dt} \end{cases} \quad (1)$$

где R_2 , L_2 , e_2 — активное сопротивление, индуктивность и э.д.с. вторичной цепи ТТ.

В момент насыщения сердечника t_{1k} (k — номер полу-периода) изменение потокосцепления прекращается, а сопротивление ветви намагничивания уменьшается до нуля. Вторичный ток при этом начинает изменяться, затухая по экспоненциальному закону с постоянной времени вторичной цепи $T_2=L_2/R_2$. При этих условиях мгновенные значения токов и э.д.с. описываются следующими уравнениями:

$$\begin{cases} e_2 = 0 \\ i_2 = i_{12}(t_{1k}) \cdot e^{-\frac{t-t_{1k}}{T_2}} \\ e_2 = i_{12} - i_2 \end{cases} \quad (2)$$

Появляющийся при $t=t_{1k}$ ток намагничивания вначале возрастает, а затем снижается. В момент, когда он становится равным нулю, сердечник ТТ выходит из насыщения (момент t_{2k}).

Ток КЗ в переходном режиме, как известно, состоит из периодической и аperiodической составляющих:

$$i_{12}(t) = I'_M \left[\cos \varphi \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \cos(\omega t + \varphi) \right], \quad (3)$$

где I'_M — максимальное приведенное значение периодической составляющей тока КЗ; φ — фаза тока в момент возникновения КЗ; T_1 — постоянная времени первичной цепи.

Подставив (3) в (1) получаем:

$$e_2(t) = I'_M \left(R_2 - \frac{L_2}{T_1} \right) \cos \varphi \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} + I'_M \left[\omega L_2 \sin(\omega t + \varphi) - R_2 \cos(\omega t + \varphi) \right] \quad (4)$$

Зная э.д.с. вторичной обмотки, можно определить потокосцепление сердечника ТТ:

$$\psi(t) = \int e_2(t) dt \quad (5)$$

Вычисление интеграла может производиться одним из численных методов либо аналитическим путем — подставив (4) в выражение (5).

В результате постоянная интегрирования m :

$$m = I'_M \left[L_2 \cos \varphi + \frac{R_2}{\omega} \sin \varphi - \right.$$

$$\left. - (L_2 - R_2 T_1) \cos \varphi \right] + \psi_0, \quad (6)$$

где у

$$\begin{aligned} \psi(t) = & I'_M (L_2 - R_2 T_1) \cos \varphi \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - \\ & - I'_M \left[L_2 \cos(\omega t + \varphi) + \frac{R_2}{\omega} \sin(\omega t + \varphi) \right] + \\ & + I'_M \left[L_2 \cos \varphi + \frac{R_2}{\omega} \sin \varphi - \right. \\ & \left. - (L_2 - R_2 T_1) \cos \varphi \right] + \psi_0 \end{aligned} \quad (7)$$

Потокосцепление насыщения реального ТТ может быть найдено по формуле:

$$\psi_s = B_s \cdot S \cdot W_2 \quad (8)$$

где B_s — индукция насыщения стали сердечника ТТ; S — площадь сечения сердечника; W_2 — число витков вторичной обмотки ТТ.

Для определения мгновенных значений вторичного тока ТТ необходимо знать моменты насыщения сердечника и выхода его из насыщения (t_{1k} и t_{2k}). При известных законах изменения тока между этими моментами нетрудно получить картину изменения вторичного тока в целом.

Значение t_{1k} определяется из условия:

$$|\psi(t_{1k})| = \psi_s \quad (9)$$

Значение t_{2k} можно найти из условия равенства в этот момент приведенного первичного и вторичного токов, так как в этот момент ток намагничивания становится равным нулю:

$$i_{12}(t_{2k}) = i_{12}(t_{1k}) \cdot e^{-\frac{t_{1k}-t_{2k}}{T_2}} \quad (10)$$

Таким образом, в момент времени t_{2k} сердечник выходит из насыщения и ТТ начинает идеально трансформировать ток. Потокосцепление вновь изменяется согласно (7). Постоянную интегрирования можно найти из следующего условия:

$$|\psi(t_{2k})| = \psi_s \quad (11)$$

Аналогично определяются моменты перехода функции через нуль.

При анализе поведения РЗ представляет интерес оценка влияния на ее параметры погрешности ТТ в переходном режиме. Полная погрешность может быть определена по следующей формуле:

$$\varepsilon = \frac{100}{I'_1} \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T (i_{12} - i_2)^2 dt}, \quad (12)$$

где I'_1 — первичный приведенный ток.

Значение I'_1 на расчетном промежутке (период T) может быть определено по формуле:

$$I'_1 = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_{12}^2 dt} \quad (13)$$

Следует отметить, что математическая модель позволяет производить расчеты как в действующих, так и в средних значениях.

Ток намагничивания существует на участке насыщения ТТ ($t_{1k} - t_{2k}$) и описывается выражением

$$i_0(t) = I'_M \cos \varphi \cdot e^{-\frac{t}{T_1}} - I'_M \cos(\omega t + \varphi) - I_{1k} \cdot e^{-\frac{t_{1k}-t}{T_2}} \quad (14)$$

где I_{1k} — ток в момент насыщения ТТ (t_{1k}).

Для того, чтобы подсчитать величину намагничивающего тока, следует возвести выражение (14) в квадрат, после чего получается сумма составляющих, обозначенных автором как A, B, C, D, E, F

(их громоздкое формульное изображение решено опустить).

Проинтегрировав эти выражения на интервале времени от t_{1k} до t_{2k} , получим, соответственно $A_u, B_u, C_u, D_u, E_u, F_u$

При возведении в квадрат выражения (3), соответствующего приведенному первичному току, и интегрирования на интервале времени, равном $t_n - t_k$ (моменты начала и окончания периода соответственно), получаются выражения, аналогичные A_u, B_u, D_u , обозначенные автором как A_{u*}, B_{u*}, D_{u*} .

Таким образом, полную погрешность ТТ можно определить в каждом периоде по выражению

$$\varepsilon = \frac{I_0}{I'_1} \cdot 100\%, \quad (15)$$

где

$$I_0 = \sqrt{\frac{A_{и} + B_{и} + C_{и} + D_{и} + E_{и} + F_{и}}{t_k - t_n}} \quad (16)$$

$$I'_1 = \sqrt{\frac{A_{и*} + B_{и*} + D_{и*}}{t_k - t_n}} \quad (17)$$

Следует заметить, что ТТ может насыщаться за период дважды — в первом полупериоде и во втором. В таком случае к (16) необходимо прибавить такое же выражение, соответствующее току намагничивания во втором полупериоде.

Полученная форма вторичного тока при задаваемых исходных параметрах ТТ и первичной цепи используется как входной сигнал при исследовании работы устройств РЗ, также представляемых в виде математических моделей (что выходит за рамки данной статьи).

ЛИТЕРАТУРА

1. Афанасьев В. В., Адоньев Н. М., Кибель В. М. и др. Трансформаторы тока. — Л.: Энергоатомиздат, 1989. — 416 с.
2. Сопьяник В. Х. Расчет и анализ переходных и установившихся процессов в трансформаторах тока и токовых цепях устройств релейной защиты. — Минск: БГУ, 2000. — 143 с.
3. Королев Е. П., Либерзон Э. М. Расчеты допустимых нагрузок в токовых цепях релейной защиты. — М.: Энергия, 1980. — 208 с.
4. Кузнецов С. Л., Нудельман Г. С. О способах уменьшения влияния погрешностей трансформаторов тока в переходных режимах на работу релейной защиты электроэнергетических систем // Современные направления развития систем релейной защиты и автоматики энергосистем: материалы Междунар. науч.-техн. конф., М: Научно-инженерное информационное агентство, 2009. — С. 99–104.
5. Казанский В. Е. Измерительные преобразователи тока в релейной защите. — М.: Энергоатомиздат, 1988. — 240 с.

6. Романюк Ф. А., Тишечкин А. А., Румянцев В. Ю. и др. Влияние насыщения трансформаторов тока на работу токовых защит // Известия высших учебных заведений и энергетических объединений СНГ — Энергетика, № 1, 2010. — С. 5–9.
7. Джаясинхе Р., Мутумуни Д. Моделирование насыщения трансформаторов тока для изучения устройств релейной защиты // Релейщик, № 2, 2014. — С. 44–46.

© Куприенко Виктор Владимирович (ogu15210@mail.ru).

Журнал «Современная наука: актуальные проблемы теории и практики»

